

نص محاضرات الأسبوع الأول من مساق "التفكير الفعّال من خلال الرياضيات"

الأسبوع الأول:	مدخل إلى عناصر التفكير الفعّال
المحاضرة ٢.١:	عناصر التفكير الفعّال
الموضوع ٢:	مدخل إلى المساق

أهلاً بك في التفكير الفعّال من خلال الرياضيات.

يهدف هذا المساق إلى مساعدتك على إحراز المزيد من النجاح في حياتك. والطريقة التي نعتمدها لتعزيز نجاحك هي مساعدتك على التحوّل إلى مفكّر أفضل وأكثر فعالية. إذ أنّ الشخص الخلاق يُبدع أفكاراً مبتكرة لمواجهة التحديات الصعبة، والشخص الواسع الحيلة يمكنه رؤية العالم بوضوح ودقة أكبر.

تقوم استراتيجيتنا في فعل ذلك أولاً على وصف بعض استراتيجيات التفكير الفعلية والتي يمكنك شخصياً تعلّمها واستخدامها في كل ما تفعله في حياتك اليومية، أو حياتك المهنية.

ما فعلناه على مدى عقود من التعليم هو تحديد استراتيجيات يمكن تعليمها وتعلّمها. وهذه الاستراتيجيات على فكرة ليست استراتيجيات يمكن استخدامها لتأدية الأمور بفعالية أكبر. فأنا لا أوّمن بالفعالية في التعليم. إذا أردت أن تتعلّم حقاً، عليك السعي لتغيير نفسك، لأنّ تصبح شخصاً مختلفاً. ولا أعرف أي طريقة فعالة للغاية من أجل تحقيق ذلك.

إذا أردت فعلاً أن تتغيّر وتصبح مفكراً أفضل وأنجح، عليك أن تطوّر عادات التفكير مع الوقت، وعبر بذل الجهد. لذا سيخبرك جزء من هذا المساق عن ماهية استراتيجيات التفكير ومن ثم يُطلعك على نوع التحديات والعمل الذي سيتيح لك أن تصبح هذا المفكّر الأفضل.

دعني أبدأ بتفسير ما هي العناصر الخمسة للتفكير الفعّال. ودعني أقول إنّ هذا المقرّر بأكمله مرتكز على كتابين من تألّيفي أنا وإدوارد بيرغر. يُدعى أحدهما "قلب الرياضيات"، وهو بمثابة دعوة للتفكير الفعّال. لذا فهو كتاب يتيح لك تعلّم التفكير الفعّال من خلال الرياضيات. وهذا هو فعلاً هدف هذا المساق. أما الكتاب الثاني فعنوانه "العناصر الخمسة للتفكير الفعّال". وهذا الكتاب الصغير يفتّد خمس استراتيجيات يمكنك استخدامها لتصبح مفكراً أفضل. لذا سأبدأ اليوم بمنحك ملخصاً مختصراً عن هذه العناصر الخمسة، لكي تصبح على اطلاع بموضوع بحثنا.

أحد هذه العناصر هو **الفهم العميق**. لا سيما فهم الأمور البسيطة بعمق. إنّها استراتيجية يمكنك استخدامها لبحث أفكار رئيسية في حياتك وعبر لفت انتباهك إليها وتعلّمها بدقة، ووضوح وعمق، ستؤثر على كل أعمالك المتقدمة.



أما العنصر الثاني للتفكير الفعّال فهو ارتكاب الأخطاء. إنّها فكرة منافية للمنطق السليم حين نقول إنّ ارتكاب الأخطاء يؤدي إلى النجاح، افشل لتنجح. الخطأ توجيهي، فهو يرشدك إلى الاتجاه الصحيح.

لم يتم ابتكار أي عمل إبداعي قط سوى بعد عدة محاولات فاشلة. يكمن الحل في التعلّم من هذه الإخفاقات ومن ثم النجاح.

ننتقل إلى العنصر الثالث للتفكير الفعّال وهو طرح الأسئلة. اكتساب عادة طرح الأسئلة باستمرار مثل ما ناقص، هل يمكن تمديد هذا الأمر، هل ثمة المزيد لرؤيته هنا؟ فطرح هذه الأسئلة قد يخلف تأثيراً عميقاً منشطاً على حياتك الشخصية. أحد الأسئلة الرئيسية هو ما هو السؤال الفعلي؟

وبالنسبة لموضوع التعليم، السؤال الفعلي هو تحويل نفسك لتصبح مفكراً حقيقياً. لذا فهدف هذا الصف هو هدف تعليم نفسك. هو أن تجعل من نفسك شخصاً مختلفاً.

العنصر الرابع للتفكير الفعّال هو تتبّع تدفق الأفكار. فكل فكرة تنبع من أمر أبسط مختلف وتتطور إلى ما هي عليه اليوم. وستواصل التطور والتغيّر في المستقبل. أما إبقاء هذه النظرة في بالك أين أنت الآن في حياتك أو أين هو كل مفهوم تتعلّمه، كأمر انبثق عن أمر قبله، وسيستمر في المستقبل، تساعدك هذه النظرة على وضع معرفتك في سياق يجعلها أوضح بكثير.

والعنصر الخامس للتفكير الفعّال هو التغيّر. هذا هو هدف هذا المساق، أن تصبح فعلاً شخصاً مختلفاً قادراً على التفكير بفعالية أكبر. هذه هي خلاصة استراتيجيات التفكير التي ستتضح في الأسابيع القادمة.



الأسبوع الأول:	مدخل إلى عناصر التفكير الفعال
المحاضرة ٢.١:	عناصر التفكير الفعال
الموضوع ٣:	عناصر التفكير الفعال الخمسة

ترمي استراتيجيات التفكير الفعال هذه إلى أن تكون سهلة التذكّر. فهي استراتيجيات يمكنك -- حينما تواجه مشكلة ولا تدري ما العمل، مراجعتها كنموذج وتقول: هل يمكنني أن أفهم بعمق؟ هل يمكنني أن أرتكب خطأ؟ هل يمكنني طرح سؤال؟ هل يمكنني تتبّع تدفق الأفكار؟ وبغية مساعدتك على حفظها، قمنا بربطها بعناصر شهيرة من اليونان القديمة.

عناصر العالم، وهي التربة، والهواء، والنار والمياه. لذا يمكنك تذكّر هذه العناصر عبر هذه الطريقة المساعدة. يرتبط الفهم العميق بالتربة. وارتكاب الأخطاء بالنار، لأنّ ارتكاب الأخطاء مخيف. وطرح الأسئلة، بما أنّه ثمة أسئلة تجول في بالك فهي ترتبط إذاً بالهواء. ومن ثم هناك تدفق الأفكار المرتبط جلياً بالمياه.

ثمة عنصر خامس في الفلسفة اليونانية القديمة وهو يُدعى **العنصر الجوهري**. وفي اليونان القديمة، كان يُعتبر عنصراً ثابتاً صنعت منه الجئة. لذا لمساعدتك على التذكر، ارتأينا أن يكون العنصر الخامس **التغيّر**. التغيّر، على سبيل المفارقة. ومنذ عصر اليونان القديمة، كان العنصر الثابت، وبطريقة ما، إنّ التغيّر هو العنصر الثابت.

هذه هي العوامل المساعدة على تذكر العناصر الخمسة للتفكير الفعال. افهم بعمق، ارتكب الأخطاء، اطرح الأسئلة، تتبّع تدفق الأفكار وتغيّر.



الأسبوع الأول:	مدخل إلى عناصر التفكير الفعال
المحاضرة ٢.١:	عناصر التفكير الفعال
الموضوع ٤:	قصة عازف البوق

العنصر الأول هو الفهم بعمق. على وجه الخصوص، فهم الأمور البسيطة بعمق.

بصفتي أستاذًا، لاحظت أن الناس غالباً ما يملكون فهماً سطحياً للأمر التي تكون أساسية للغاية في أي موضوع يتعلمونه. وبما أنني في قسم الرياضيات، ألحظ هذا الأمر في الرياضيات، أي في فهم الرياضيات لدى طلابي. فغالباً ما ينظرون بغموض أو عدم وضوح إلى الأساسيات التي تعرّفوا عليها ربما في المرحلة الابتدائية أو الثانوية. ولكن أريد أن أخبرك قصة توضح فكرة فهم الأمور البسيطة بعمق والقوة التي يكتنزها هذا المفهوم. مع العلم بأنها قصة لا تمت بصلة إلى الرياضيات.

في الواقع، إنها ترتبط بصديق لي عازف عالمي موهوب على البوق. إنه عازف بوق شهير. ويقطن في ألمانيا. دُعي منذ بضع سنوات للقدوم إلى جامعة تكساس في أوستن لتدريس صف متقدّم في عزف البوق.

كانت جامعة تكساس في أوستن من أهم جامعات الموسيقى في البلاد. إنها رائعة. لذا كان طلاب الدراسات العليا في هذا البرنامج ممن يدرسون عزف البوق، طلاباً ممتازين. فدُعي صديقي -- واسمه توني بلوغ-- لتدريس هذا الصف المتقدّم.

كان يُقيم في منزلي. أتى من ألمانيا وأقام في منزلي. فعرض عليّ أن أرافقه لحضور هذا الصف المتقدّم. لم أحضر قط صفّاً متقدّماً. لم أكن أعلم ما هو الصف المتقدّم حتى. ولكنني وافقت بكل سرور. فذهبنا إلى صفّه. وهكذا جرت الأمور.

حضر حوالي ٢٠ شخصاً. جميعهم أعضاء في هيئة تدريس عزف البوق أو طلاب عزف البوق. ومن ثم جرى التعريف عنه. ووجدوا جميعهم أنه رائع حقاً، لأنه عازف بوق شهير. واعتبروا أنه مذهل. كما لو أنّ تايفر وودز أتى لإعطاء درس في الجولف أو ما شابه. لذا وجدوا أنه رائع. فجرى التعريف عنه. وكان هناك بيانو مع عازف مرافق. وبعد أن تمّ التعريف عنه، سألت من يريد المشاركة أولاً؟ فتطوّع شخص اسمه بوب. وقف بوب أمام الحضور.

فسأله صديقي توني، العازف العالمي ماذا ستعزف لنا اليوم يا بوب؟

فأجاب بوب أنه سيعزف الجزء الثالث من راتشمانينوف، وهي معزوفة راقية. وشرع يعزف موسيقى رائعة. موسيقى راقية جداً. نوتات عالية وسريعة. وكان بالطبع موسيقياً مذهلاً. كان شخصاً سيجعل من عزف البوق مهنةً له وكان لامعاً فعلاً. ولكن صديقي توني بعد مرور بضع دقائق، أثنى على عزفه، ومن ثم راح يعطيه النصائح. إذا وقفت بهذه الطريقة أو تلك، أو زممت شفتيك بهذه الطريقة، ونفخت معدتك بهذا الشكل، وإذا فكّرت بالموسيقى على هذا النحو-- أعطاه كل النصائح التي قد تتوقعها من خبير حقيقي إلى طالب رائع.



تمرن بوب ونفذ ما طلب منه. ومن ثم سأله صديقي بوب عن الوقت الذي يصرفه في التدرب على التمارين. فعلى ما يبدو، كل عازف بوق يتدرب على بعض التمارين الأساسية.

فأجاب بأنه يمضي ٥ دقائق للتحمية، ومن ثم يتدرب. ويتدرب عدة ساعات في اليوم على فكرة. فقال له صديقي توني إن عليه التمرن لفترة أطول. لم يكبر المسألة. نصحه بذلك فحسب. فرد بوب بأنه سيفعل ما طلبه. وجلس.

ثم أتى العازف التالي. لنقل إن اسمها آن.

أتت آن. وحدث الأمر نفسه. عزفت بشكل مذهل. أعطاه توني بعض النصائح. ومن ثم في نهاية العرض، سألتها كم تصرف من الوقت على التمارين الأساسية. فقالت إنها تمضي ٥ دقائق تليها التحمية. فأجاب بأن عليها التمرن لفترة أطول.

تكرر الأمر نفسه أربع مرات. وعومل أربعة طلاب بهذه الطريقة. استغرق الأمر نحو ساعتين. وفي نهاية هذا الوقت، قال لكل واحد منهم إنه عليه التمرن لفترة أطول. وفي نهاية ذلك الوقت، انتهى الجميع وسأل عما إذا كانت هناك أي أسئلة. وأنا أحب طرح الأسئلة دائماً.

في الواقع، إنه أحد العناصر الخمسة للتفكير الفعال، طرح الأسئلة. فرفعت يدي. كنت الوحيد في الغرفة الذي لا يعزف البوق. رفعت يدي. فقال لي، مايك ما سؤالك؟ فسألته لم بقي يطلب من هؤلاء العازفين المذهلين أن يتمرنوا أكثر؟

فقال: حسناً، طيب دعني أريك.

وطلب من بوب أن يعود مجدداً. كان هذا الطالب الأول.

بوب، هلاً تعود مجدداً؟

فقال بوب، طبعاً.

وأتى بوب. فطلب منه أن يعزف تمريناً معيناً. لبى بوب الطلب. وراح يعزف التمرين.

دا-دا-دا. موسيقى سخيفة جداً وكثاً قد سمعنا هذه المقطوعة الرائعة سابقاً. أما هذه فمعتزفة سخيفة. فأومأ توني. وقال، بوب، هل أستطيع استعارة بوقك؟

ففكرت في نفسي أن توني يعطي درساً في البوق. لم لم يحضر بوقاً؟ ولكنه على ما يبدو لم يفكر في ذلك. فاستعار بوق بوب. ولكنه امتلك قطعة خاصة به، وضعها في البوق، وراح يعزف ذاك التمرين الصغير. لم يكن قد عزف أي مقطوعة بنفسه من قبل. ولكنه عزف هذا التمرين الصغير. وحين عزفه، كان رائعاً. رنت كل نوتة كالجرس. فأسلوبه جعل منها مقطوعة يحلو الاستماع إليها. يمكنك الاستماع إليها طوال اليوم. موسيقى رائعة.

وفي تلك اللحظة، توضّح أمامي الفرق بين هذا العازف العالمي الحقيقي، وهؤلاء الطلاب الرائعين، ظهر الفرق بأبسط مستوى ممكن. وصديقي توني فسّر لي الأمر فوراً.



قال لي: عندما تستطيع أن تصبح متمكناً إلى هذا الحد من أداء هذه التمارين، عندما تستطيع التحكم بالصوت بهذه الدقة والبراعة، عندها يمكنك حين تعزف هذه المقاطع الصعبة جداً تطبيق الأساسيات التي أتقنتها على عملك الأكثر تقدماً. وهي ستحسّنه.

الدرس الذي نتعلمه هنا هو أنه ليس عليك العمل على الأساسيات فقط. يستحيل عليك أن تتقن الأساسيات بالمستوى الذي يعزفه هذا اللامع العالمي إلى أن تتعلم أموراً أكثر تقدماً. ولكن عندها تعود إلى الأساسيات وتتعلمها من جديد بمزيد من الدقة، لربطها بالعمل المتقدم.

كان هذا مثلاً على فهم الأمور البسيطة بعمق ما أحدث فرقاً كبيراً في قدرة الشخص على أداء أعلى مستويات مهارته. وهذا التمرين هو إحدى العادات التي تستطيع شخصياً تطبيقها على كل جانب من حياتك. وهي تنطبق حتماً على تعلم الرياضيات. فيما تتقدم في تعلم الرياضيات، يمكنك الرجوع إلى الأساسيات، والنظر إليها بصفاتها مجالاً أغنى بكثير.

تري أفكاراً كالاعداد التي سنناقشها في هذا المساق، ولكنك تراها بوضوح أكبر بكثير. وعندها تؤثر في فهمك لها على مستوى أعمق. هذا توضيح للعنصر الأول من التفكير الفعال، وهو الفهم بعمق. لا سيما فهم الأمور البسيطة بعمق.

إنه تمرين يمكنك تطبيقه في حياتك الخاصة.



الأسبوع الأول:	مدخل إلى عناصر التفكير الفعال
المحاضرة ٢.١:	عناصر التفكير الفعال
الموضوع ٥:	الأخطاء هي أفضل معلّم

العنصر التالي للتفكير الفعال هو ارتكاب الأخطاء والتعلّم منها. يحاول الكثير من الناس تجنب الأخطاء. ولكن في الواقع، الأخطاء هي معلّم رائع. فهي تتيح لك أن تعرف تماماً أيّ اتجاه عليك أن تأخذه إذ تبين لك الخلل في الاتجاه الذي سبق أن سلكته. وأعتقد أنّ هذا مثلاً على أحد أبرز الدروس التي يمكنك تعلّمها. وأردت أن أخبرك قصةً عن ارتكاب الأخطاء غيّرت نظرتي إلى التعليم بالكامل.

حدث الأمر خلال مساق كنت أدّرسه، شبيه للغاية بالمساق الذي أنت مُقدم على دراسته. كنت أعلم هذا المساق وأدركت أنّ قيمته الفعلية ترتبط بقدرة طلابي على تعلّم التفكير بشكل أفضل بمفردهم. ليس لأنهم تعلّموا المزيد من الرياضيات التي أدّرسها، إنّما ما يستطيعون استنتاجه بأنفسهم. هل أستطيع جعلهم أذكى ممّا هم عليه؟

سنت لي فرصة في أحد الأيام حين كنت أحاول شرح مفهوم ضمن موضوع اللانهاية. وعلى فكرة، سوف نناقش موضوع اللانهاية بعد بضعة أسابيع. إنّهُ موضوع مذهل.

كنا نتحدّث عن هذا الموضوع ووصلنا إلى مسألة صعبة نوعاً ما. فقرّرت أن أواجه هذا التحدي، هل يمكنني بشكل أو بآخر أن أقدم لطلابي نصيحةً حول التفكير دون التطرّق إلى الرياضيات التي قد تتيح لهم حلّ هذا الامتحان الرياضي الصعب؟

دخلنا إلى الصف. عُرض الامتحان. وطرحنا المسألة على الطلاب. وأردفت قائلاً إنّها مستعصية جداً عليهم. فلا يمكنهم حلّها بمفردهم. وهذه كانت الحقيقة. ولكنني طلبت منهم أن يأخذوا ثلاث دقائق ليدوّنوا ما يشاؤون. ولكنهم استغربوا قائلين إذا لم نكن نستطيع حلّها، ماذا يُفترض بنا أن نفعل؟ فطلبت منهم أن يباشروا بالعمل. ولا داعي للقلق. ليس عليكم سوى أن تدوّنوا أمراً ما. فباشروا على مضض بتنفيذ طلبي لثلاث دقائق. ودوّنوا ما أرادوا.

كانت المحاولة هي القاعدة الوحيدة. وبعد ثلاث دقائق، أشرت إلى إحدى الطالبات. فأنا أختار الطلاب ببساطة. ولا أطلب متطوّعين. فاخترت ماري. وطلبت منها أن تخبرني ما كتبته. فرفضت. طلبت منها مجدداً أن تخبرني. فرفضت. لأنّها تعلّمت في السابق ألا تعترف بالجهل أو ارتكاب الأخطاء. وهذا مفهوم نتعلّمه فعلياً في المدرسة، أي نتعلّم ألا نُظهر أنّنا نجهل أمراً ما. ولكنها أخيراً قبلت إخباري بعد إصرار كبير من جهتي. ودوّنت ما قالت. ثم قلت لها: معك حق. إنّك مخطئة. فاغتاظت للغاية. اغتاظت للغاية. فقلت لها ماري، هل يمكنك الإشارة إلى خطأ واحد محدد؟ وكان الخطأ في هذه الحالة واضحاً كعين الشمس، فوافقت.

ثم سألتها إن كانت تستطيع إصلاحه فردّت أنّها قادرة على تحسينه قليلاً. وحدّدت العنصر الذي تستطيع تحسينه وسناقش ما أتحدّث عنه تحديداً في الصف لاحقاً. وقلّت حسناً. خذوا ثلاث دقائق أخرى لتحسين ما دوّنتموه قدر المستطاع.



وبعد ثلاث دقائق، عدتُ إلى ماري مجدداً. مع العلم أنّ جميع من في الصف كانوا يعملون على هذه المهمة طبعاً. عدتُ إلى ماري. وسألتهَا إلامَ توصلت. فقالت إنّ لديها الجواب الصحيح. ولكن هذه المرة كانت متحمّسة لأنّها اعتقدت أنّها أصابت الآن. فقالت لي ما كتبته، ودوّنته على اللوح. ثم سألتها إن كانت مصيبة. فأجابت نعم. وكانت فخورة جداً. إلا أنّ طالباً آخر في الصف قال إنّها نسيت أمراً ما. وارتكبت خطأً. ثم أشار إلى الخطأ. فقالت ماري "بئساً"، أو ما شابه. فقلت لها: حسناً يا ماري، هل يمكنك إصلاح هذا الخطأ الذي أشار إليه شخص آخر؟ خذي دقيقتين واعلمي عليه. فعملت هي وجميع الطلاب لدقيقتين إضافيتين. وبعد انقضاء الدقيقتين، سألتها إلامَ توصلت. وكانت قد أصلحت الخطأ. فمدحتها. وسألتهَا إن كانت قد انتهت. فأجابت نعم.

ولكنّ ولداً آخر استوقفنا. وقال إنّها نسيت أمراً آخر، خطأً آخر لم تلاحظه. فقالت "بئساً" مجدداً. فمحتهم دقيقتين إضافيتين. علمت كيف تصلح هذا الخطأ بغضون دقيقتين ليس إلا. وبعد أربع أو خمس محاولات من ارتكاب الأخطاء، تحديد الخطأ بالضبط وتصحيحه، استطاعت حلّ هذه المسألة.

كانت هذه اللحظة بالنسبة لي غاية في الروعة، لأنني لم أخبرها كيف تستخدم الرياضيات. كنت أطلب منها أن تعيد الكرة، وترتكب الأخطاء، ثم تدرك ما هو خطأها تحديداً وتحاول تصحيحه. ومن ثم إعادة الكرة مرةً تلو الأخرى فوجودي لم يكن ضرورياً لإنجاز هذه العملية.

كلّ ما توجّب عليها فعله هو تبني عادة التفكير هذه، فتمكّنت من حلّ هذه المسألة الصعبة. أشعر بكل صدق أنّها لو رُجّت في السجن وقيل لها إنّها لن تُحرّر ما لم تحلّ هذه المسألة، لكانت بقيت في السجن حتى اليوم. لم تكن لتستطيع حلّها. ولكنني لم أعط أي تلميح متعلق بالرياضيات. وأعلم ذلك يقيناً لأنّه تبين أنّ حلّ هذه المسألة بالذات معياري. وفي الواقع، يظهر الحلّ المعياري في كتابنا بعنوان "قلب الرياضيات، دعوة للتفكير الفعال". وهي لم تتوصّل إلى هذه النتيجة. بل كانت نتيجتها مختلفة بشكل مبتكر.

حفّز هذا الأمر القدرة التي تكتنزها استراتيجية التفكير-- وفي هذه الحالة، ارتكاب الأخطاء. يمنح ارتكاب الأخطاء شعوراً محرّراً، لأنك قد تعجز عن اكتشاف الجواب الصحيح، ولكن يمكنك حتماً التوصل إلى جواب خاطئ. أليس كذلك؟

لذا فهو يمنح شعوراً محرّراً. إنّهُ يتيح لك التوصل إلى حلّ حين لا تدرك ما العمل. والخطأ توجيهي بطبيعة الحال. فهو يخبرك ما عليك فعله كخطوة تالية.



مدخل إلى عناصر التفكير الفعّال	الأسبوع الأول:
عناصر التفكير الفعّال	المحاضرة ٢.١:
استراتيجية وألغاز المساق	الموضوع ٦:

خلال الأجزاء المتبقية من هذه المحاضرة، سوف نعرّفك على الاستراتيجية التي نثبّعها في تقديم كامل هذا المساق. وهي استراتيجية ممتعة نوعاً ما. سوف نرى كيف تجري الأمور، وأرجو أن تمضي وقتاً طيباً. ولكن إليك ما فعلناه.

فكرت أنّه لا جدوى من استمراري في التحدّث، لأنّك عندها لن تدرك حقاً ما عليك فعله لتعلّم هذه الاستراتيجيات. فبدلاً من ذلك، جلست مع طالب، أو اثنين أو ثلاث، وأعطيتهم امتحانات على شكل ألغاز أو مفاهيم رياضية لتعلّمها، أو مسائل رياضية.

ومن ثمّ طرحت هذه الأسئلة وعمل الطلاب عليها بأنفسهم. ومن ثمّ كنت أقدم تعليقاً على طريقة التفكير، كما فعلت مع ماري. قدمت نصيحة حول طريقة التفكير بفعالية، ولكنهم كانوا يطوّرون هذه المفاهيم بأنفسهم. وهذا يبرز نوع التفكير الذي أريدك أن تتعلّم تبنيّه. والذي أردت من طلابي هنا تعلّم تبنيّه.

أما الآن، فسنجري عملية تشارك فيها وستتم دعوتك للمشاركة مع الطلاب في كل لحظة. لا سيما الإجابة على الأسئلة التي طرحتها عليهم، والتي سأطرحها عليك أيضاً. وأرجو أن تستمتع بالعمل على هذه الأسئلة كما هي مطروحة، ومن ثمّ تعلّم الرياضيات وطريقة التفكير.

هذا هو مفهوم كتابنا، "قلب الرياضيات - دعوة للتفكير الفعّال"، فعبر التفكير بالرياضيات، ما تفعله حقاً هو تعلّم عادات التفكير الفعّال هذه. لذا أول ما سنفعله هي الألغاز، خلال هذا القسم، سوف تعمل على كل أنواع الألغاز الممتعة. وبعضها ألغاز رياضية تقليدية يحلو العمل عليها.

أنا أحب الألغاز. وأرجو أن تحبّها أنت أيضاً. ولكننا نطرح هذه الألغاز، وعندها سوف ترى الطلاب يعملون عليها-- أولاً، أرجو أن تعمل عليها بمفردك وتحاول جاهداً حلّها بنفسك، ومن ثمّ فكّر بالاستراتيجيات التي تستخدمها لحلّ الألغاز. عندها سترى طلابنا يعملون عليها معاً أو كلّ على حدة ويبدون جهداً لفهمها وحلّها.

سوف نطلع على بعض الألغاز خلال ما تبقى من هذه المحاضرة. وأعتقد أنّك ستستمتع بها. كما سنطرح ألغازاً أيضاً في وقت لاحق من المساق. لأنّه غالباً ما تفضي الألغاز إلى أفكار عميقة في الرياضيات، وهذا مفهوم شيق بحدّ ذاته.



مدخل إلى عناصر التفكير الفعال	الأسبوع الأول:
عناصر التفكير الفعال	المحاضرة ٢.١:
مواضيع المساق	الموضوع ٧:

سوف نلقي الآن نظرة على المواضيع التي سنناقشها في الأقسام المقبلة من هذا المساق. ما ستفعله في قسم الأسبوع المقبل هو التعرّف على الأعداد، مفهوم الأعداد.

تبدو الأعداد مفهوماً أساسياً جداً. إنّها كيانات رياضية درستها حين كنت طفلاً صغيراً. ولكننا سنرى كيف يمكن أن تؤدي فكرة العدّ البسيطة إلى نتائج مذهلة. وسوف تلاحظ في الأعداد نوعاً من الغنى والعلاقة التي لعلّك لم تلاحظها من قبل. إنّهُ موضوع أمضى أشخاص أكثر كامل حياتهم وهم يدرسونهُ.

في قسم آخر، سوف نتحدّث عن توسيع فكرة العدّ والأعداد، ولكن توسيعها إلى ما لا نهاية وأكثر. سوف نتحدّث عن أخذ فكرة وتعميمها على نطاق واسع، ولكن بطريقة لا تتجاوز حدود المنطق. عتقد أنّ أحد انتصارات العقل البشري هو قدرته على التفكير بالانهاية. يالها من فكرة رائعة.

وبعد الانهاية، سوف ننتقل إلى البعد الرابع. ويا له من مفهوم رائع، البعد الرابع. إنّهُ حقاً كذلك. تقوم هذه الفكرة على تطوير مفهوم ليس جزءاً من حياتك اليومية، ولكن يمكننا تطوير هذا المفهوم باستخدام استراتيجية محددة جداً.

تُظهر فكرة الرجوع إلى الأمور البسيطة أولاً عدّة مرات في تطوير مفاهيم البعد الرابع. وبعد البعد الرابع، سنناقش لغزاً. وهو لغز سُمّي جسور كونيغسبرغ، لغز جسور كونيغسبرغ.

وهو لغز وُضع في ثلاثينيات القرن الثامن عشر، ويتمحور حول عبور الجسور من دون المرور عبر الجسر نفسه مرتين. وقد أفضت هذه الفكرة إلى العديد من التطورات في عالم الرياضيات. لذا فهذا مثال رائع على رؤية تدفق الأفكار، والبحث في لغز محدد، ومن ثم محاولة استخراج جوهره من أجل تطوير مفاهيم رياضية. وبعد ذلك سنوجّه اهتمامنا إلى عالم الشك.

تكتنز الحياة الكثير من الشكوك بين طياتها. والفكرة التي تقول إنّهُ باستطاعتنا التفكير في الشك بمنطق وقياسه بواسطة مفاهيم فعلية كاحتمال، تتيح لنا هذه الأفكار قياس ما نجهله. وهذا مفهوم أكثر من رائع. ومن ثم سننتقل إلى موضوع التوبولوجيا الهندسي. حيث يمكن تطويل الأشياء وثنيتها، وتحريكها بكل الطرق الغريبة. وهذه إحدى المفاجآت الفكرية التي أعلم أنّها سثمتك.

ومن ثم ننتقل إلى مفهوم الانتخابات. لأنّ الانتخابات هي مجال يبدو أساسياً للغاية. أنت تصوّت لاختيار إرادة الشعب. ويتبيّن أنّ العملية تنطوي على الكثير من الغموض والفوارق الدقيقة التي لا تبدو واضحة في البداية.



في أي حال، يقدم المساق ككلّ مواضيع التفكير الفعّال. وما أريد منك تعلّمه منها هو القدرة على تبني استراتيجيات تفكير خاصة بك تغييرك لتتمكّن من حلّ مسائل لم تتخيّل أنّه بإمكانك حلّها قط. لتكون أكثر إبداعاً ووعياً في حياتك اليومية. هذا هو هدف المساق.

لننتقل الآن إلى بعض الألغاز ونمرح معاً، شمر عن ساعديك وابدأ العمل.

هنا يبدأ المرح.



مدخل إلى عناصر التفكير الفعال	الأسبوع الأول:
اللغز حول الجني الشرير	المحاضرة ٣.١:
لغز الجني الشرير	الموضوع ١,٢:

أهلاً بك. كما تعلم، يهدف هذا المساق إلى محاولة مساعدتك على التفكير بشكل أفضل وعلى حلّ امتحاناتٍ أصعب كنت تظنّ أنك لن تستطيع حلّها. وتقتضي بعض الطرق اعتماد استراتيجياتٍ متنوعة من التفكير **الفعال**—استراتيجيات تتيح لك بلوغ جوهر المسألة الرياضية والتركيز عليها. ولتجسيد ذلك، سوف نبدأ اليوم بالتحدث عن بعض الألغاز.

تفي الألغاز بهذا الغرض تماماً إذ تتيح لنا استكشاف عملية التفكير، إذا جاز التعبير، بغض النظر عن طريقة تطبيقها في العالم. إنها مجرد تمرينٍ في التفكير بحدّ ذاته. إذًا، هذه المرة، سوف نستخدم أحجيةً من هذا الكتاب، قلب الرياضيات، دعوة إلى التفكير الفعال. وأنا سوف أقرأ أحجيةً لسكوت هنا.

رَحّبوا بسكوت لو سمحتم.

رَحّب بهم يا سكوت.

مرحباً بالجميع.

هل أنت مستعدّ اليوم للغز؟

نعم، أنا جاهز.

أنت جاهز.

حسناً، سكوت جاهز.

اليوم، سوف أقرأ أحجيةً على مسمعه وسوف تُعرض أمامكم على الشاشة. أما الفكرة فتقتضي حلّ اللغز والتركيز على بعض المزايا التي تُعتبر ضرورية لحلّ أي نوعٍ من الامتحانات. وإحدى هذه المزايا-- وسأطلعك على الاستراتيجيات التي لا ترتبط تحديداً بهذا اللغز ولكن يمكنك استخدامها، إذا رغبت، لتتمكن من ائباع نهج فعال أثناء التفكير في حلّ هذا اللغز إذًا، تقتضي إحدى الاستراتيجيات بلوغ الجوهر—أي تجاهل مزايا الامتحان السطحية واكتشاف المزايا الأساسية. علامَ يتعين عليك التركيز وماذا يجب أن تتجاهل؟

أحياناً، يُعتبر تجاهل مهماً بقدر الانتباه. كما يجب التفكير أيضاً في اعتماد مبدأ المنهجية عند معالجة الاحتمالات. وقد استخدمنا هذه الاستراتيجيات قبل هذه الحصة وسنعاود استخدامها بعد هذه الحصة إذ تُعتبر بالغة الأهمية للتفكير في أي شيء.



الأسبوع الأول:	مدخل إلى عناصر التفكير الفعّال
المحاضرة ٣.١:	اللغز حول الجنيّ الشرير
الموضوع ٢.٢:	هذا جنيّ شرير

إذاً، فلنبدأ.

سأسرد عليك لغزاً يُطلق عليه اسم "هذا جنيّ شرير"؛ هل تسمح لي أن أدون الملاحظات؟
لا تتردد في تدوين الملاحظات.

حسناً.

في حفرةٍ أثرية قرب هضبة التبت، عثرت آلي على فانوسٍ زيت قديم وعلى سبيل المزاح، فركت الفانوس. سرعان ما توقفت عن الضحك حين تصاعدت كتلة دخانٍ أرجوانية كبيرة من الفانوس، فظهر فجأةً أمامها جنيّ سبّئ الطباع يُدعى موراي.
موراي، حسناً.

موراي، دُون ذلك.

دُونته.

وبينما كان موراي يحدّق بآلي المشدوّهة، هتف قائلاً: *إلامَ تنظرين؟ حسناً، حسناً، لقد عثرتِ عليّ سوف تحصلين على أمنياتك الثلاث. ماذا ستتمنّين؟*

أدركت آلي، وهي ما زالت تحت وقع الصدمة، أنها أمام فرصةٍ مذهلة لا يجب أن تضيعها. وبعد التفكير بسرعة، قالت: *أرغب في العثور على رمانجن، الجوهرة التي اكتشفها للمرة الأولى الأستاذ المرموق هاردي.*
هاردي.

حسناً.

فأجابها قائلاً: *موراي، ستحصلين عليها.*

وعلى الفور، ظهرت تسعة أحجار متطابقة. نظرت آلي إلى الأحجار ولم تستطع التمييز بينها. أخيراً، توجهت لموراي قائلةً: *إنّاً، أبن جوهرة رمانجن؟*

فشرح لها موراي قائلاً: *إنها موضوعة داخل أحد هذه الأحجار. قلتِ إنك تتمنين لو تعثرين عليها. والآن قد حصلت عليها. وبالمناسبة، لن تأخذي منها إلّا حجراً واحداً، لذا اختاري حجراً بحكمة ولكنها تبدو متطابقة بالنسبة لي.*

كيف سأعرف الحجر الذي يحتوي على رمانجن؟ تساءلت آلي.

حسناً، قال موراي، إنّ وزن ثمانية من هذه الأحجار هو نفسه إلّا الحجر الذي يحتوي على الجوهرة، فوزنه أثقل من الأحجار الأخرى؛ أجبها موراي بابتسامة شريرة.

هل دُونت "ابتسامة شريرة"؟

ابتسامة شريرة.

حسناً.

فهممت آلي المتضايقة قائلةً: *حبذا لو كنت أملك ميزاناً. فجأةً، ظهر الميزان. يا لها من أمنية تافهة.*

فقال موراي: *كانت هذه أمنية أيضاً.*

عندها، قالت آلي وهي تبكي، *ولكن هذا ليس عدلاً.*



هل تتحدثين عن العدل؟ هل تعتقدين أنّ الانحباس في فانوسٍ منذ ١٧٢٩ سنةً أمراً عادلاً؟ ليس لديك تلفزيون أو مساحة كافية لطبق استقبال الأقمار الصناعية. لذا، لا يحق لك التحدث عن العدالة.
نعم.

نعم.
أدرك موراي أنه بالغ في ردة فعله فقال، أريد مساعدتك فعلاً، لذا سأسديك نصيحة. يُستخدم هذا الميزان مرّةً واحدةً.
ماذا؟

فأردفت قائلةً بصوتٍ مرتفعٍ وهي تفكر، ماذا؟ مرّةً واحدةً؟ أتمنى لو أملك ميزاناً آخر.
وفجأةً ظهر ميزانٌ آخر.
حسناً، يا فتاة، كانت هذه الأمنية الثالثة.
من هي هذه الفتاة؟

آلي.

آلي، هل هي--

آلي.

آلي هي--

لا؟

إنها لا تستغل أمنياتها بشكلٍ جيد-- حسناً.

فقالت آلي، دقيقة واحدة، بعد أن ندمت لأنها لم تطلب الحصول على مليون دولار أو أمرٍ غير اعتيادي. حسناً، على الأقل يعمل هذا الميزان الجديد بشكلٍ صحيح، أليس كذلك؟
طبعاً، تماماً كالميزان الآخر. يتعين عليك استعماله مرّةً واحدةً.
لماذا؟ تساءلت آلي.

أجابها قائلاً: لأنه ميزان تمنيت الحصول عليه، والقاعدة تقتضي اختيار ميزانٍ واحد ووزن واحد. واضح. وهي تماماً كالقاعدة التي تقتضي استخدام أمنية واحدة لتمني مئات الأمنيات.
نعم.

فقالت له آلي: أنت جني بغيض.

فقال لها: لست أنا من يضع القواعد، يا آنسة، أنا أنفذها فحسب.

لذا، يتعين على آلي استخدام الميزانين بشكلٍ صحيح لمرّةٍ واحدة.

هل ستتمكن آلي من اختيار الحجر الأثقل الذي يحتوي على جوهرة رمانجن من بين الأحجار التسعة المتطابقة؟

فسر السبب في تمكنها من ذلك أو عدم تمكنها.



الأسبوع الأول:	مدخل إلى عناصر التفكير الفعال
المحاضرة ٣.١:	اللغز حول الجني الشرير
الموضوع ٥:	حل اللغز

لا يمكننا أن نزن الكل دفعة واحدة. فلا جدوى من هذه الخطوة لأنه لدينا عدد فردي من الأحجار. بكل بساطة، تضع أربعة أحجار فوق حجر واحد وخمسة على الآخر. ومن الواضح أنّ أحدها سيكون وزنه أثقل. إذاً، لن نتعلم شيئاً من ذلك.

صحيح.

أفترض أنها لن تكون موازين دقيقة جداً على أي حال. فهي لن تُظهر لك درجة التباين. إنها تحدد لك فقط أنّ أحد هذه الأحجار أثقل من الآخر.

هذا صحيح. سوف يحدث هذا الأمر في حال كان أحد الجانبين أثقل. فكرت أولاً في قياس وزن كل أربعة أحجار على حدة فيبقى حجر واحد جانباً. حسناً. إذاً، ستكون هذه أول عملية لقياس الوزن.

إذا قمنا بقياس وزن الأحجار الأربعة مع الأحجار الأربعة الأخرى وكان وزنها متساوياً عندها، نكون قد أنجزنا عملنا. فسوف ندرك أنّ الحجر الذي لم نزنه هو حجر رامنجن. إلا أنّ هذا الأمر غير محتمل.

هذه فرصة من أصل تسع فرص إذا اخترت الحجر الصحيح في المرة الأولى.

حسناً. إذاً، يُفترض أن تحتوي مجموعة واحدة من الأحجار الأربعة على رامنجن. ما يعني أنّ حجر رامنجن سوف يكون أثقل بقليل من الأحجار الأربعة الأخرى.

نعم.

إذاً هذا يعني أنني أستطيع إزالة هذه الأحجار الأربعة؟

نعم.

فنحن نعلم أنّ حجر رامنجن ليس هنا.

نعم.

وما زال هنالك حجرٌ خامس.

لذا، هذه ليست بمشكلة. والآن، إذا أخذت الأحجار الأربعة نفسها وفصلتها وقمت بالأمر نفسه في المرة الأولى.

لذا، سأزن حجرين مقابل حجرين. ما زال لديّ هذا الحجر الإضافي الذي لا أعرف ماذا أفعل حياله بعد. إذا كان

أحد هذه الأحجار-- رأيت، أحتاج إلى ثلاثة منها. دعني أعمل على هذه الفكرة. إذاً، ما زال عليّ قياس وزن

الحجرين--الحجرين الباقين من العملية الأولى لقياس الوزن.

أنا آسف. الأحجار الأربعة المتبقية من العملية الأولى لقياس الوزن.

وماذا تعني بالمتبقية؟

أقصد بالأحجار المتبقية أنّ حجر رامنجن هو أحدها.

نعم، صحيح.

هذا صحيح. هذا ما تعلمته.

نعم، لذا لديّ الآن أربعة أحجار.

نعم.



أستطيع إزالة هذا الحجر أيضاً. وأنا سعيد بهذا الأمر. الآن، عليّ العمل بأربعة أحجار فقط. ولكن إذا قمت بقياس وزن هذين الحجرين. إذا قمت بقياس وزن الأحجار الأربعة المتبقية، سيكون أحدها أثقل من الآخر. ما سيزيل حجرين إضافيين ليبقى لي حجران فقط. وهذه مشكلة لأنني ملزمٌ بأخذ حجرٍ واحد. إذًا، هذا نهجي الأول. حسناً، عظيم.



الأسبوع الأول:	مدخل إلى عناصر التفكير الفعال
المحاضرة ٣.١:	اللغز حول الجني الشرير
الموضوع ٦:	اكتشاف الإجابة

كانت هذه ورقة الغش الخاصة بي.

إلام كنت تنظر؟--

كنت فقط أتأكد من أنني لا-- كنت أرغب في أن أذكر نفسي بأنني كنت أبحث عن الأفكار الأساسية ليس إلا. وأتأكد بأنني لست أبالغ في التفكير أو أنني أتجنب التفكير.

حسناً. وهذا لأذكر نفسي بأنني أعمل مستخدماً الأدوات الصحيحة. حسناً، حسناً.

لذا، إن قمنا بهذه العملية بالمجموعات التي تتضمن ثلاثة أحجار-- ٣، ١، ٢، ٣، ٢، ١، ٣. حسناً، تتحسن رسوماتي أيضاً. يسرني ذلك. بين أيدينا ثلاث مجموعات من ثلاثة أحجار. ويتعين علينا أن نزن مجموعتين مقابل مجموعتين أخريين لعملية قياس الوزن الأولى. إذًا، في حال كان الوزن نفسه سوف ندرك حالاً أنّ المجموعة التي لم يتم قياس وزنها تحتوي على حجر رمانجن. لذا، هذه بداية جيدة، فهذا يعني أنّ في حوزتنا ثلاثة أحجار فحسب نقوم بالعمل عليها. عندها، سوف تكون في حوزتنا ستة أحجار وسوف ندرك عندئذٍ أنها ليست حجر رمانجن. كما سيتوفر لدينا ثلاثة أحجار يكون من بينها حجر رمانجن.

حالياً، سوف نقوم بعملية قياس وزني أخرى. وهذه مشكلة.

انتظر لحظة، لو قسّ وزن--(ضحك)

لو قمت بقياس اثنين من الأحجار أيّاً يكن، سوف أعرف أي حجرٍ منها هو حجر رمانجن. بقي لديّ ثلاثة أحجار من مجموعة الأحجار التسعة هذه. ٣، ٢، ١.

سوف أزن اثنين وفي حال كان أحدهما أثقل من الآخر، سيكون حجر رمانجن. وإذا كان الآخر أثقل، سوف يكون هو حجر رمانجن. وإذا كان وزنها متساوياً، إذًا يكون الثالث هو حجر رمانجن.

إذًا-- انتهت اللعبة. أنا الفائز.

حسناً، قل لي الآن ما هو جوابك النهائي.

نعم. حسناً. جوابي النهائي هو نعم. نعم، أستطيع التحديد--

تستطيع تحديده. حسناً. إذًا، هل ترغب في إيضاح استراتيجيتك؟ أو تعتقد أنّ الإجابة بنعم كافية، هل تعتقد ذلك فعلاً؟

عندما استخدمت الميزان للمرة الأولى، كسرت كل-- أو لم أكسر فعلاً كل الأحجار ولكنني فصلتها وصنّفتها إلى ثلاث مجموعاتٍ متساوية. وقمت بقياس وزن اثنين منها فقط لأنّ للميزان له طرفين فحسب. واستناداً إلى نتائج قياس الوزن، في حال كان أحدها أثقل سوف أدرك على الفور أنّ هذه المجموعة تتضمن حجر رمانجن.

وإذا كانت متساوية، سوف أدرك أنّ مجموعة الأحجار التي لم أزنها تتضمن حجر رمانجن. لذا، أيّاً كانت مجموعة الأحجار الثلاثة التي أعرف أنها تحتوي على رمانجن سأزنها وأكرر الطريقة نفسها.

سأزن اثنين منها وأترك أحدها جانباً من دون أن أزنه. استناداً إلى وزنها، وفي حال كان وزنها متساوياً سوف أدرك أنّ الحجر الثالث هو حجر رمانجن. وإذا كان وزنها مختلفاً، سوف أعلم فوراً أنّ أحدهما سيكون حجر رمانجن.

نعم، سوف أتمكن من معرفة الحلّ.

ممتاز، ممتاز. رائع.



الأسبوع الأول:	مدخل إلى عناصر التفكير الفعال
المحاضرة ٣.١:	اللغز حول الجني الشرير
الموضوع ١.٨:	مقابلة ما بعد اللغز

أما الآن، فلنعد إلى مناقشة وجهة نظرك حول هذه المسألة.
حسناً.

أولاً، أودّ أن تصف لي طريقة تفكيرك والنهج الذي تتبّعه.
طريقة تفكيري.

نعم. كيف تصف نهجك الخاص لمعالجة هذه المسألة؟ وما هي إيجابياته وربما سلبياته؟ ما الذي كان فعالاً
وعديم الفعالية؟

سوف أبسط الأمر ولكنني اتبعت طريقة منهجية ما هي الظروف؟ وعبر الفهم بطرق بسيطة، كيف يمكنني البدء
بالتعرف على هذه الأحجار؟

حسناً. وبالمناسبة، سأقول أمراً أعتقد أنه يشكل لك بدايةً ممتازة وهو أنك حاولت القيام بمجهود.
نعم.

قلت إنه يتعين عليك وضع الأحجار نفسها على كل كفة وناقشت العملية في قرارة نفسك. وقلت ذلك بصوت
مرتفع حتى نسمعك إذا وضعت عدداً مختلفاً من الأحجار على كل كفة لن تنجح العملية ولن تتعلم شيئاً.
حسناً.

إذا أدركت أنه يتعين عليك وضع العدد نفسه من الأحجار على كفتي الميزان. وكانت هذه فكرتك الأولى. بعد
ذلك، فعلت خطوة مهمة وقيمة جداً، وهي تُعتبر أحياناً الميزة الأساسية في حلّ أي امتحان، ألا وهي المحاولة
والتجربة. ستفاجأ بعدد الناس، أ طرح عليهم سؤالاً، وليس من الضرورة أن يكون السؤال عبارة عن مسألة
رياضية، مجرد سؤال عام. وعوضاً عن محاولة القيام بأمرٍ ما، لا يبادرون حتى بالمحاولة. فسيقولون لا نعرف
كيف نقوم بذلك، وبالتالي، لن يحاولوا. وهذا لن يجدي نفعاً على الإطلاق. عليك المحاولة. ولو ارتكبت الأخطاء
فأنت حتماً ستتعلم منها.
حسناً.

وهذه خطوة مهمة نحو الوصول إلى الحلّ عبر ارتكاب الأخطاء وتحليلها.
والآن، ماذا فعلت؟

في النهاية تساءلت لماذا كنت أقوم بهذا الأمر مستخدماً مجموعتين من ٤ أحجار ومن ثمّ حجراً واحداً
فحسب؟ في مرحلة معينة، وفي منتصف العمل على حلّ هذه المسألة تقريباً، قلت حسناً يمكنني القيام بذلك
باستخدام ثلاثة أحجار مقابل ثلاثة أحجار أخرى.
حسناً.

وأذكر أنني تساءلت لما عليّ أن أستخدم ثلاثة أحجار مقابل ثلاثة أيضاً.
هذا يعني أنك تملك ثلاثة أحجار إضافية لا تعرف شيئاً عنها على الإطلاق. أو أنك تملك عدداً كبيراً من الأحجار
المجهولة.

حسناً. هذا ما فكرت فيه على الأقل.

صحيح. وبعد ذلك-- إذاً ماذا حصل، متى كنت تفكر في ذلك؟

كنت أفكر فيما إذا كان أحدها أثقل من الآخر على هذا الميزان، إذا كان أحدها أثقل من الآخر، أواجه الآن مشكلة
في الأحجار الثلاثة حيث أعلم أنّ أحدها هو حجر راما نجن. ولم أستكمل عملية التفكير الكاملة.



صحيح.

نعم.

حسناً. إذاً ما حصل هو أنك اعتمدت طريقة قياس وزن ٤ أحجار مقابل ٤ أحجار أخرى لفترةٍ طويلة. وبعدها قلت، حسناً يمكننا قياس وزن ٣ أحجار مقابل ٣ أحجار أخرى. وبعدها، عدلت عن قرارك.

نعم.

إلا أنك لم تحاول بالفعل.

حسناً.

كوّنت فكرةً عامةً لن تنجح وعدلت عنها لتعود وتعتمدها من جديد. لأنك كنت متمسكاً بفكرة قياس وزن الأحجار الأربعة مقابل الأربعة الأخرى-- حسناً.

--في المحاولة الأولى. لذا، أردت تمضية فترةٍ أطول في تطبيق العملية الأكثر منهجيةً-- فأمضيت عندها وقتاً أطول في قياس وزن الأحجار الأربعة مقابل الأربعة الأخرى. فيما كنت أراقب ذلك، أدركت أنّ فكرة قياس وزن الأحجار الثلاثة مقابل الثلاثة الأخرى قد خطرت في بالك فعلاً.

حسناً. لكنك لم تتابع العملية بطريقةٍ منهجية.

حسناً.

لم تتساءل عما سيحصل إذا قمت فعلاً بقياس وزن ٣ أحجار مقابل ٣ أحجار

نعم. ولكنك لم تقم بذلك.

نعم. قمت بذلك لاحقاً--

نعم--طبعاً.

نعم، والسبب الذي دفعني لأتراجع هو أنني لم أكن بعد متأكداً تماماً من عملية قياس وزن ٤ أحجار مقابل ٤ أحجار، فأنا اعتمدتها سابقاً-- ولم تنجح.

لم تنجح.

لم أكن مقتنعاً جداً بالمسألة. عندها، اعتمدت نموذج شجرة القرار. ماذا يحصل في هذه الحالة؟ وفي النهاية، وصلت إلى مرحلة معينة أدركت فيها أنني سأقف عند هذا الحد. إلا إذا تسّنت لي فرصة أخرى لقياس وزن هذه الأحجار-- حسناً. --لن أكتشف النتيجة الصحيحة.

حسناً. إلا في حال كنت محظوظاً ولكنني لن أعتد على الحظ.

كلا. هذا هو حجر رامنجن.

بالضبط.

حالما اقتنعت أنّ عملية قياس وزن الأحجار الأربعة مقابل الأربعة الأخرى والحجر الإضافي لن تنجح، بقي لي خيار واحد وهو قياس وزن الأحجار وهي مصنفة ضمن مجموعاتٍ من ثلاثة.



مدخل إلى عناصر التفكير الفعال	الأسبوع الأول:
اللغز حول الجني الشرير	المحاضرة ٣.١:
استراتيجيات مختلفة	الموضوع ٢.٨:

لقد بنيت النظام نوعاً ما وعمليات التفكير باستخدام نموذج ٤ أحجار مقابل ٤ أحجار أخرى. هذا صحيح. هذا صحيح. -

لمجرد أن هذا ما استنتجته. على سبيل المثال، قلت إنه في حال تطابق وزن أربعة أحجار مقابل أربعة أحجار أخرى سوف تدرك أن حجر رمانجن هو الحجر الآخر. وبطريقة مماثلة، حين قلّصت العدد إلى أربعة وحذفت واحداً، كان لديك حجران مجهولان، وحجرٌ مجهول وحجرٌ جيد معروف وتركت أحد الأحجار جانباً وقلت عندها إنه في حال تطابق وزنها سيكون الحجر المتروك حجر رمانجن. لذا، كان عليك تطوير بعض المفاهيم وبعض الاستراتيجيات حول ترك أحد الأحجار جانباً، فستعرف عندها أنه في حال تطابق وزنها، يجب على الحجر المتروك أن يكون حجر رمانجن.

نعم.

نعم، إذ أنت على حق. لذا أعتقد أنك طوّرت المفاهيم.

عند السير في هذا الدرب الخاطئ--

هذا هو الدرب الذي لم يؤدّ إلى أي مكان، الأحجار الأربعة مقابل أربعة أحجارٍ أخرى-- كنت في الواقع تطور استراتيجياتٍ عدة. بما فيها استراتيجية استبدال، وتصنيف الأحجار على أنها إما حجر رمانجن أو لا، وبالتالي استخدام هذه الأحجار. أنت تحاول رسم صور لتمثيل الأحجار.

لقد ركزت على الأحجار التي يمكن أن يكون أحدها حجر رمانجن-- يمكن أن يكون-- وتركت جانباً الأحجار التي أدركت أنها ليست حجر رمانجن، وبعد ذلك، حاولت اعتماد وسائل مختلفة لجمعها معاً. يلفتني تطويرك للمفاهيم.

نعم.

واستطعت تطبيقها من نقطة انطلاقٍ مختلفة. استطعت أن أطبق المفاهيم نفسها. صحيح.

صحيح.



الأسبوع الأول:	مدخل إلى عناصر التفكير الفعال
المحاضرة ٣.١:	اللفز حول الجني الشرير
الموضوع ٩:	حلّ اللفز

سكوت: مرحباً بالجميع. اسمي سكوت. أردت أن أكشف لكم الحلّ لللفز "هذا الجني الشرير". إنه اللفز الثاني في مساق التفكير الفعال بواسطة الرياضيات، وهذا هو حلّ لفظ الجني الشرير.

إذاً، إن كنت تذكر لفظ الجني الشرير، تدرك أننا كنا نعالج مسألة رياضية شيقة. واقتضت قواعد تلك المسألة أن يكون بحوزتنا تسعة أحجار، يتعين علينا أن نزنها كلها للعثور على حجر رمانجن، ويجب على حجر رمانجن أن يكون بين هذه الأحجار التسعة. إضافةً إلى ذلك، تتسنى لنا فرصة قياس وزن كل هذه الأحجار إلا أنه يمكننا قياس وزنها مرتين فقط.

فلنرَ إن كان بإمكاننا إحضار ميزان صغير إلى هنا. ثمة حجر رمانجن واحد. وفي المسألة الرياضية، يرّجح حجر رمانجن كفة الميزان لأنه أثقل بقليل من باقي الأحجار. والآن، لحلّ هذه المسألة، في حوزتنا وعاءان مختلفان، ولكن لنبدأ أولاً بالمادة الأسهل، فلنحضر ميزاننا، ولنستخدمه.

ففي هذه الحالة، يقتضي الحلّ الأسرع أخذ ٣ أحجار لقياس وزنها في كفة واحدة و٣ أحجار أخرى لقياس وزنها في الكفة الأخرى. وتبقى ٣ أحجار من دون الخضوع لعملية الوزن، سوف تدرك أنه في حال كان الميزان... في حال كانت الأحجار متساوية خلال عملية الوزن سوف تعلم أنّ حجر رمانجن ليس بين الأحجار الستة هذه. حالما ندرك هذا الأمر، ماذا يتعين علينا أن ندرك أيضاً؟

لدينا هذه الأحجار الثلاثة هنا. ومهما كان الحجران الخاضعان لعملية الوزن سوف نحصل دائماً على معلومات حول مجموعة الأحجار الثلاثة الكاملة. إذاً، في هذه الحالة، كان حجرٌ أصفر واحد مساوياً لحجرٍ أصفر واحد. أي نحن نعلم أنّ هذين الحجرين متساويان.

كما نعلم أنّ الأحجار الستة الأخرى متساوية أيضاً من حيث الوزن. بالتالي، فالحجر المتبقي الوحيد سيكون حجر رمانجن. وكما نعرض عليك طريقة بديلة، سوف نزن هذا الحجر مقابل حجر رمانجن وفي هذه الحالة، نعلم أنّ حجر رمانجن سوف يكون أثقل من الحجر الأصفر. فنكتشف أنّ هذا هو بالفعل حجر رمانجن.

شكراً للجميع.

نأمل أن تكونوا قد استمتعتم بوقتكم.

إن كانت لديكم أسئلة، لا تترددوا في التواصل معنا من خلال لوحات النقاش أو عبر قنوات وسائل التواصل الاجتماعي.

اعتنوا بأنفسكم.



الأسبوع الأول:	مدخل إلى عناصر التفكير الفعال
المحاضرة ٣.١:	اللغز حول الجني الشرير
الموضوع ١٠:	لقطات إضافية: رحلة ثقافية

أودّ أن أطرح عليك بعض الاسئلة.

حسناً.

دعني أبدأ بعددٍ من المزايا حول العثور على جوهر السؤال. بعض المسائل التي أهملتها.

حسناً.

وقد أهملتها بشكلٍ صحيح نوعاً ما ولكنك بالواقع طرحت السؤال التالي في مرحلة ما، أتساءل لما أطلق على

الحجر اسم رمانجن، أليس كذلك؟

طرحت هذا السؤال.

نعم.

حسناً، أو نعم.

أعتقد أنّ سؤالٍ لم يكن على هذا النحو كلياً. كان يتمحور حول وصف الحجر وأهميته.

نعم، ما أهميته؟

ما هو-- كما أنك أهملت ميزةً أخرى وهي اسم الاستاذ المرموق.

نعم.

لقد نسيت تماماً ما كان اسمه. حسناً لنر.

سأستعرضه من أجلك.

يقول، هاردي، الأستاذ المرموق..

هاردي. حسناً.

حتى أنك أهملت أمراً إضافياً وهو عدد السنوات التي بقي خلالها الجني محبوساً في الفانوس.

نعم. رغم أنني دوّنته. كم سنة؟

على ما أعتقد ١٧٠٠ و-- لنر، ماذا كتبت هنا؟

١٧٢٩ سنة.

١٧٢٩ سنة. حسناً.

إذاً-- سوف نذهب في رحلةٍ ثقافية لبضع دقائق. في الواقع، تشكل كل هذه المزايا جزءاً من التاريخ الثقافي

لنظرية الأعداد، في الرياضيات. سأخبرك القصة. في أوائل القرن العشرين، عاش عالم الرياضيات سرينفاسا

رامانجن.

سرينفاسا رامانجن.

وكان عالم الرياضيات هذا يعيش في الهند. وهو لم يتلقَّ التدريب الأساسي الرسمي في الرياضيات. كان يقرأ

الكتب إلا أنه لم يتسجل في الكليات المرموقة ولم يرتد الجامعات. ولكنه أحبّ الأعداد ودرسها دون سواها.

كان لامعاً. وفكّر في كل الأفكار التي تكتنفها الأعداد. وكان بمنتهى البراعة إلى أن تم إقناعه أخيراً بكتابة رسالة

إلى أشهر عالم رياضيات في العالم في تلك الفترة، وكان اسمه غودفري هارولد هاردي. وكان هاردي آنذاك عالم

رياضيات في إنجلترا وأحد أعظم علماء الرياضيات في العالم.



كتب له رامانجن هذه الرسالة الطويلة التي تشمل نتائج عدة حول نظرية الأعداد. واللافت للنظر أنّ نهج رامانجن في نظرية الأعداد كان شديد الاختلاف عن النهج المعياري الذي اعتمده عالم الرياضيات المتطور. ومن بين الأفكار التي اكتسبها رامانجن حول الأعداد، كان بعضها نوعاً من الأفكار التي طورتها الأبحاث المعيارية في الرياضيات على مرّ السنوات. واعتمد بعضها نهجاً مختلفاً، وطرح أنواعاً مختلفة من الأسئلة وقدم أنواعاً مختلفة من الأجوبة. على سبيل المثال، تم اتباع تقليد لفترةٍ طويلة، في هذا الصنف بالذات، نحن نتحدث-- تحدثنا عن الأعداد الأولية. أو سوف نتحدث عن الأعداد الأولية التي تُعتبر أعداداً لا يمكن أن تنقسم بشكلٍ متساوٍ على أي عددٍ أصغر منها. مثلاً، رقم ثلاثة، أو خمسة أو سبعة. يستحيل أن تقسمها أعداداً طبيعية أصغر منها باستثناء الرقم واحد. إذًا، هذه هي الأعداد الأولية.

حسناً، تمت دراسة هذه الأرقام بشكلٍ مكثفٍ على مدى آلافٍ من السنين. إلّا أنّ رامانجن فكّر بضرورة البحث في الأعداد التي تتضمن عدداً كبيراً من العوامل عوضاً عن عددٍ ضئيلٍ منها كعددٍ أولي. ماذا عن عددٍ يتضمن عدداً كبيراً من العوامل؟ بالتالي، درس هذا النوع من الأعداد.

حسناً، لم يقتضِ تقليد علماء الرياضيات الدراسة في العالم المتطور. لذا، كانت أفكاره شائعةً لأنه كان يفكر بالأمور معتمداً نهجاً مختلفاً.

حين تلقى هاردي رسالته التي تضمنت بحثاً مسهباً مع نتائج عدة، أدرك أنّ هذا الشخص جوهرَةٌ دفيئة في هذا العالم. بالتالي، دعا رامانجن للسفر إلى إنجلترا. عملاً معاً، وألّفا الكتب وعالجا الرياضيات معاً. وكانت قصةٌ مذهلة بالفعل. ولكن ما حصل هو أنّ رامانجن الذي اعتاد الطقس الهندي الدافئ، قَدِم إلى إنجلترا حيث الطقس البارد والرطب فأصيب بالمرض. وأصيب بالمرض. وكان الأمر محزناً جداً. فأدخل المستشفى.

وذات يوم، أتى غودفري هارولد هاردي لزيارته في المستشفى. وأتى إلى المستشفى. بالمناسبة، هذه إحدى أشهر القصص عن علماء الرياضيات ونظرية الأعداد، لهذا السبب أنا أسردها.

إذًا، قَدِم إلى المستشفى وعلى هذا الشكل يروي هاردي القصة بنفسه. سأقتبس أقوال هاردي وهو يصف زيارته لرامانجن. قال--، وما أودّ قوله عن رامانجن إنه كان يعتبر هذه الأعداد صديقه المقربة. أحبّ الأعداد كثيراً. والمعلومات التي كان يملكها عن الأعداد كانت شائعة ومفضلة. هذا ما يجعل قصته مشوقة إلى هذا الحد. أمّا ما شكّل تجسيداً ذاع صيته عن علاقة رامانجن الوثيقة بالأرقام فكانت قصة زيارة هاردي لرامانجن في المستشفى. لاحقاً، روى هاردي الحدث كالتالي.

"أذكر مرةً قمت فيها بزيارته في المستشفى وكان راقداً على السرير في بوتني."
يبدو أنّ بوتني هو اسم المستشفى. إذًا كان في بوتني.
"استقلت سيارة تاكسي تحمل الرقم ١٧٢٩."

.١٧٢٩

"فلاحظت أنّ العدد مضجر"

"وأملت ألا يكون نذير شؤم"



هل رأيت؟ هؤلاء هم علماء الرياضيات. لعلنا نملك مهاراتهم الاجتماعية-- لعلّ المسألة... إلا أنه تذكر اسم سيارة التاكسي.

"كلا"، أجاب رمانجن.

هذا عدد مهم. إنه العدد الأصغر الذي يُعتبر مجموع مكعبين بطريقتين مختلفتين. وطبعاً إنه السؤال الذي يطرح نفسه-- بالطبع لن أكشف عنه-- سوف أسألك بطريقتين مختلفتين لإظهار أنّ العدد ١٧٢٩ هو مجموع مكعبين إليك امتحاناً صعباً إذاً. ولكنها قصةٌ مدهشة.

من الممتع تخيل كيف أنّ هاردي زار رمانجن وحاول التفكير في ما يمكنهما التحدّث بشأنه؟ فيقول، أتذكّر اسم سيارة التاكسي ثمّ يتطرق إلى مسألة بالتالي، يتبيّن أنه ثمة ترابط مثير للاهتمام.



مدخل إلى عناصر التفكير الفعال	الأسبوع الأول:
كيف ينطبق ذلك في حياتي؟ الدرس المكتسب	المحاضرة ٤.١:
استراتيجيات مختلفة	الموضوع ١:

لقد بنيت النظام نوعاً ما وعمليات التفكير باستخدام نموذج ٤ أحجار مقابل ٤ أحجار أخرى.
هذا صحيح.

هذا صحيح. --لمجرد أن هذا ما استنتجته. على سبيل المثال، قلت إنه في حال تساوى وزن أربعة أحجار مقابل أربعة أحجار أخرى سوف تدرك أن حجر رمانجن هو الحجر الآخر. وبطريقة مماثلة، حين قلّصت العدد إلى أربعة وحذفت واحداً، كان لديك حجران مجهولان، وحجر مجهول وحجر جيد معروف وتركت أحد الأحجار جانباً وقلت عندها إنه في حال تساوى وزنها سيكون الحجر المتروك حجر رمانجن. لذا، كان عليك تطوير بعض المفاهيم وبعض الاستراتيجيات حول ترك أحد الأحجار جانباً، فستعرف عندها أنه في حال تساوى وزنها، يجب على الحجر المتروك أن يكون حجر رمانجن.

نعم.

نعم، إذ أنت على حق.

لذا أعتقد أنك طوّرت المفاهيم. عند السير في هذه الدرب الخاطئة-- هذه هي الدرب التي لم تؤدّ إلى أي مكان، الأحجار الأربعة مقابل أربعة أحجار أخرى--

كنت في الواقع تطور استراتيجيات عدة. بما فيها استراتيجية استبدال، وتصنيف الأحجار على أنها إما حجر رمانجن أو لا، وبالتالي استخدام هذه الأحجار.

أنت تحاول رسم صور لتمثيل الأحجار.

لقد ركزت على الأحجار التي يمكن أن يكون أحدها حجر رمانجن-- يمكن أن يكون-- وتركت جانباً الأحجار التي أدركت أنها ليست حجر رمانجن، وبعد ذلك، حاولت اعتماد وسائل مختلفة لجمعها معاً.

يلفتني تطويرك للمفاهيم.

نعم. واستطعت تطبيقها من نقطة انطلاق مختلفة. استطعت أن أطبق المفاهيم نفسها.

صحيح.

صحيح.



الأسبوع الأول:	مدخل إلى عناصر التفكير الفعال
المحاضرة ٤.١:	كيف ينطبق ذلك في حياتي؟ الدرس المكتسب
الموضوع ٢:	نصيحة من البروفيسور ستاربيرد

الآن، ثمة أمرٌ واحد لفت نظري وهو ما لم تقم به وكان يمكن أن يكون ذا فائدة، فأنت لم تحدد منهجياً كل إمكانيات عملية قياس الوزن الأولى.
حسنًا.

ما هي كل الإمكانيات-- أعني، **الإمكانيات المنطقية**. تحدثت عن إمكانية وضع عدد مختلف من الأحجار على الكفتين إنما لم يكن ذلك خياراً ناجحاً.
نعم.
حسنًا.

إذًا، من العدد نفسه من الأحجار، ما هي الإمكانيات؟ هنالك أربعة وأربعة وواحد إضافي. كانت ثلاثة أحجار، ثلاثة وثلاثة. وبعد ذلك، كانت-- وهو ما يغطي الأحجار التسعة. أما الخيار الآخر فيقتضي تصنيف الأحجار إلى حجرين مناصفةً، عندها، تبقى خمسة أحجار.
نعم، فعلت ذلك--
وماذا حصل؟

وبعدها، إلى حجرٍ واحد مناصفةً. كان الأمر سيكون -- إنه خيار، ولكن أمكن أن يكون حجرٌ مقابل حجرٍ آخر لتبقى سبعة أحجار أخرى.
صحيح.

ولكن ثمة أمرٌ واحد لم تقم به، وهو أنك لم تحدد منهجياً كل الإمكانيات. عند حلّ مسائل شائكة، ومسائل معقدة تحديداً-- وهي المسائل التي تتفوق على الحلول-- غالباً ما يشعر الناس بالعجز.
أنت تفكر في اتباع نهج يبدو بالنسبة لك **النهج الصحيح**، وتصرّ على اتباعه.
أما فكرة تحديد كل الإمكانيات، حتى تلك التي سوف ترفضها في نهاية المطاف فتبدو أمراً سليماً تماماً. إذ حتى ولو رفضت مثلاً تافهاً، مثل واحد مقابل واحد، عليك أن توضح السبب الذي يجعله قراراً سيئاً. أنت تجبر نفسك على التعامل مع المنطق وهذا لن يجدي نفعاً. وقد يكون الأمر مثقفاً جداً. وأنا غالباً ما ألزم على التعامل مع التحديات في القضايا السياسية، أو قضايا السياسة الإجتماعية أو القضايا التربوية لدرجة يتجنب فيها الناس دراسة الإمكانيات المختلفة والعمل عليها بطريقةٍ منهجية. حتى القضايا التي لا تبدو قيمة ومعرفة السبب الذي لا يجعلها الحلّ الأنسب. إنه أمرٌ سليمٌ جداً. لذا أنصح به كإستراتيجية مهمة. لأنه منهجي ويتيح لك التقدم.
حسنًا.

لذا، هذا ما أوصي به كإستراتيجية قد تفكر في اعتمادها-



الأسبوع الأول:	مدخل إلى عناصر التفكير الفعال
المحاضرة ٤.١:	كيف ينطبق ذلك في حياتي؟ الدرس المكتسب
الموضوع ٣:	المثابرة تؤدي إلى ولادة أفكار جديدة

هذا مشوق بالنسبة لي -- وأنا أحب ذلك.

إنّ إحدى المزايا التي يوفرها هذا الصف الدراسي، صراحةً، والتي استمتعت كثيراً بها هي مشاهدتك تتأثر أنت والآخريين مع هذه الأفكار. فما يحدث بالفعل هو أنك تطور المفاهيم. وقد لا تكون حتى على بينةٍ من ذلك.

أولاً، يتطلب بلوغ هذه الأفكار بذل جهدٍ كبير كما تعلم. فأنت تتأثر وتحصل على مكاسب -- قد لا تسير في الإتجاه الصحيح من المرة الأولى -- فتتأثر وتعمل. وعندها تحصل على لمحات. تستخلص منها الأفكار. هذا ما يقتضيه الرياضيات بالتحديد.

وأعتقد أنّ النهج ذات الصلة بالمسائل الرياضية، والقضايا والتحديات التي تتخطى الرياضيات إذا عملت عليها وركزت دوماً على استخلاص الأفكار الرئيسية والإمكانات منها، وتابعتها عن كثب وحاولت أن تكون منفتح الذهن، فهذا النوع من الجهد يؤدي إلى تدفق الأفكار.



الأسبوع الأول:	مدخل إلى عناصر التفكير الفعال
المحاضرة ٥.١:	لغز العساكر والقراصنة
الموضوع ١:	مقدمة إلى لغز العساكر والقراصنة

مرحباً.

يتمحور هذا المساق كما تعرف، حول كيفية التفكير. وهدفنا هو إثبات أنّ بإمكاننا فعلاً تعلّم استراتيجيات لمواجهة تحديات ومشاكل الحياة بحيث نتوصّل إلى أفكار جديدة واستراتيجيات مبتكرة تقودنا إلى حلول.

إن أكثر فئات التحديات متعة برأبي هي الألغاز. لذا ما سنفعله اليوم هو عرض لغز على سكوت.

سكوت، رُحِب بالجميع.

سكوت، هل يمكنك أن تقول مرحباً؟

مرحباً جميعاً.

وبعد عرض هذا اللغز على سكوت، سنراقبه وهو يباشر بحلّه. وآمل شخصياً أن يرتكب الكثير من الأخطاء

ويختار اتجاهات خاطئة لأنّه بذلك، يعطينا أمثلة يمكننا التعلّم منها. هل تأمل أن ترتكب الكثير من الأخطاء؟

ليس على وجه التحديد

ليس كثيراً.

حسناً، هذه مشكلة دائماً.



مدخل إلى عناصر التفكير الفعال	الأسبوع الأول:
لغز العساكر والقراصنة	المحاضرة ٥.١:
اللغز	الموضوع ٢:

هيا فلنبدأ. سوف أخبرك اللغز. هذا اللغز مأخوذ من كتابنا، قلب الرياضيات: دعوة إلى التفكير الفعال، ويهدف هذا الكتاب إلى الإجابة عن سؤال: هل يمكنك من خلال الرياضيات والتفكير بالرياضيات، أن تتعلم كيف تفكر بشكل أفضل عموماً؟ هذا مثال عن الألغاز الواردة في الكتاب. إليك اللغز. هل أنت مستعد؟ أنا مستعد.

حسناً. سنعرض اللغز على الشاشة كي تقرأها، ها هو اللغز. ٣ قراصنة و ٣ عساكر يمشون على طريق، صادفهم نهر ويجب أن يعبروه. يجب أن يعبروا النهر. لا يوجد جسر في الأفق كما أن النهر واسع ولا يمكنهم السباحة كل هذه المسافة لذا عليهم أن يستعملوا قارباً. حسناً.

يحتاجون إلى قارب. وبالتأكيد يوجد قارب في متناولهم. ولكنّه صغير ولا يتسع سوى لشخصين.

وبما أنهم عساكر وقراصنة، يعرف الجميع كيف يستخدمون القارب. فهو قارب تجديف. ولكنّه لا يتسع سوى لشخصين. القراصنة لطيفون جداً ولكنهم قراصنة في نهاية المطاف، وإذا فاق عددهم عدد العساكر، سيكون الوضع مقلماً بالنسبة إلى العساكر. هذا قد يطرح مشكلة. وبالتالي لا نريد أن يفوق عدد القراصنة العساكر في أي لحظة. على الضفتين فيما ينقلون القراصنة هل تفهمني؟ نعم.

لذا السؤال هو، كيف يمكنك نقل كل القراصنة وكل العساكر من ضفة إلى أخرى من دون أن يفوق عدد القراصنة عدد العساكر؟



الأسبوع الأول:	مدخل إلى عناصر التفكير الفعال
المحاضرة ٥.١:	لغز العساكر والقراصنة
الموضوع ٣:	خطوة سكوت الأولى

الطالب: سأبدأ بالفكرة الأولى التي تخطر على بالي. فلنضع قرصاً وعسكرياً في القارب، وندعهما يعبران النهر، سأعتبر الضفة التي يوجد عليها ٣ لصوص و٣ عساكر الضفة اليمنى. والضفة اليسرى هي الضفة الخالية ويوجد الآن عسكرياً ولص على القارب.

الأستاذ: حسناً.

الطالب: يعبران النهر وبالتالي يوجد الآن لص وعسكري

الأستاذ: عسكري، ربّما تستحقّ درجة امتياز.

الطالب: ها أنت ذا.

الأستاذ: كم لصاً وعسكرياً يوجد على الضفة الأخرى؟

الطالب: يوجد لصان وعسكريان على الضفة الأخرى.

الأستاذ: اكتب ما قصدته.

الطالب: عسكريان.

أحسنّت. حسناً.

الأستاذ: بالمناسبة، قمت بخطوة ثانية صحيحة.

يؤسفني القول إن كلّ هذا المديح سيصيبه بالغرور. لن يصل أبداً إلى الحلّ وهو مجرد المحاولة. هذه استراتيجية عظيمة.

الطالب: إنها الطريقة الوحيدة--

الأستاذ: صحيح.

لا تفكّر كثيراً إلى الأمام. جرّب ولنرّ إذا أصبت. عندما تقوم بتجارب في محاولة لحلّ المشكلة، نكتسب خبرة.

تتعرف على ما يمكن أن يصيب وما يمكن أن يخيب. في الواقع، قد تقوم بتجارب لا تفلح. لا بأس بذلك أيضاً.

ولكنّه حاول وهو يكتسب خبرة الآن.

ممتاز. بداية موفّقة.



الأسبوع الأول:	مدخل إلى عناصر التفكير الفعال
المحاضرة ٥.١:	لغز العساكر والقراصنة
الموضوع ٤:	الصورة خير من ألف كلمة

أريد البدء من جديد. أريد العودة إلى نقطة الصفر. حيث كان العساكر الثلاث والقراصنة الثلاث معًا. حسنًا.

فلنعلّق قليلاً على ما حصل في الدقائق القليلة الأخيرة.

رجاء افعل.

بدأ سكوت بداية عظيمة. رسم أوّل صورة تمثّل الوضع الأوّل. ومن ثمّ رسم صورة تمثّل الوضع الذي سيصل إليه بعد خطوة أولى محتملة. ومن ثمّ، ماذا حصل؟

استراتيجية توحّي الحذر الشديد الرائعة ورسم بدقّة الوضع في المرحلة التالية، تخلّى عنها نوعًا ما. ماذا قال، انتظر، ماذا لو قمت بذلك ثمّ بذلك، ومن ثمّ أقوم بهذا وهذا، انتظر، عندئذ لا يمكنني فعل ذلك وذلك. وسرعان ما بدأ يفكر عشوائيًا بالاحتمالات بدلًا من أن يرسم مثلًا الوضع في كلّ لحظة. صحيح؟ ممممم.

عندما رسمت في البداية الوضع الأوّل. قلت حسنًا لديّ ٣ قراصنة و٣ عساكر. ومن ثمّ عبر القارب النهر. وصل القارب إلى هنا. لديك عسكريّ وقرصان هنا وعسكريّان وقرصانان هنا. كنت واضحًا جدًّا ثمّ قلت حسنًا، لا يمكنني أن أعيد قرصانًا في القارب لأنّ عدد القراصنة عندئذ سيفوق عدد العساكر. لذا يجب أن أعيد عسكريًّا. عندئذ بدلًا من أن ترسم مثلًا الوضع، أين القارب؟ القارب عند الضفّة اليمنى.

لديك ٣ عساكر وقرصانان. وقرصان على الضفّة اليسرى. بدلًا من أن ترسم ذلك ومن ثمّ أن تقول، حسنًا، هذا الوضع الحالي، ماذا يمكن أن يحصل؟

بدلًا من ذلك، بدأ يفكر بضع خطوات إلى الأمام. قال، انتظر، إذا عاد عسكريّ واخترت نقل هذا، إذا عاد العسكريّ واخترت نقل ذلك، لا يمكنني الآن تخيل الموقف. لذا ساد الغموض والتعقيد. بدلًا من أن يكون الوضع واضحًا وأن يقول، يمكنني فعل ذلك أو ذلك أو ذلك، وأن يرسم فعليًا نتيجة السيناريو، بدأ يقول انتظر لحظة، لا أظنّ أنّ بإمكانني فعل ذلك لأنّ [غير مسموع] وبات الوضع غامضًا. انقطع حبل أفكاره ولم يحرز تقدّمًا كبيرًا. حسنًا؟

بعد عدم تحقيق تقدّم يُذكر، قام بخطوة اعتبرها جيّدة جدًّا وهي قوله، فلنعد إلى نقطة الصفر ونبدأ من جديد. موافقون؟ اعتبرها خطة جيّدة. لمّ لا نباشر بتنفيذها وقد تعلّمت أنّ استراتيجية الدقّة والمنهجية وعدم الإفراط بالقلق بشأن المستقبل، وإثما القيام بالخطوات الممكنة، استراتيجية مختلفة. تغيّر الإطار الذي تفكّر فيه. لذا هبّا، فلنبدأ من جديد. خذ ورقة جديدة.

حسنًا.

أبدأ من جديد. وبالمناسبة أمر آخر ربّما تعلّمته من خطواتك الأولى له علاقة بماهيّة التمثيل الجيّد. ما العناصر المفيدة التي يجب أن تعرفها في كلّ خطوة؟ هل يمكنك أن تمثّلها بطريقة جميلة وواضحة بحيث تتمكن من تسجيلها؟

من الجيّد إدراك ذلك.



ما الذي تحاول تسجيله في خلال هذه الخطوات؟ ما الخطوات الممكنة وتلك غير الممكنة؟ هذه هي الأمور التي تسجلها؟ أين القارب؟ أي القراصنة والعساكر؟
حسنًا.

هيا، ابدأ مجددًا ولنر ما يحصل الآن.

حسنًا.

العودة إلى نقطة الصفر والبدء من جديد تبدو كاستراتيجية عظيمة في هذه المرحلة، تعلم سكوت بعض الدروس. تعلم أن التصرف بشكل منهجي ونظامي مفيد بدلاً من الشروع بالتفكير وقول انتظر، إذا قمت بذلك، أقوم بذلك. وسرعان ما تتوه في أفكارك. وتسجيل الوضع الحالي بطريقة نظامية وعدم القلق كثيرًا بشأن الخطوات الثلاث التالية، وإنما تسجيل الخطوات بحسب ترتيبها بشكل منهجي. خطوة بخطوة ورسم الصورة يساعد. ورسم الصورة طبعًا.

صحيح. سأبدأ من عند النهر مجددًا.

حسنًا.

سأبرع في ذلك، أنا واثق.

حسنًا.



مدخل إلى عناصر التفكير الفعال	الأسبوع الأول:
لغز العساكر والقراصنة	المحاضرة ٥.١:
دراسة كل الإمكانيات	الموضوع ٥:

هذه نقطة بدايتي. اخترت في المرّة الأخيرة نقل قرصان وعسكريّ عبرا النهر في الوقت نفسه. فلنقم بذلك مرّة أخرى لأنني شعرت بأنني في الاتجاه الصحيح. ولكن-- لن تعرف إذا أصبت إلا بعد أن تنتهي، ولكنّه احتمال مطروح. أجل. حسناً، فإذا القارب سيكون عند الضقة اليسرى، وفيه قرصان وعسكريّ. وعند الضقة اليمنى، لا يوجد قارب وثمة قرصانان وعسكريّان. يوجد سيناريوهان. أحدهما أن يعود قرصان والآخر أن يعود عسكريّ. صحيح.

أو أن يعود كلاهما.

أو أن يعود كلاهما-- ولكنّ ذلك يلغي الخطوة السابقة.

بالضبط، بالضبط. هذا احتمال مطروح ولكنّه لا يساعد لأنّه يعيدنا إلى المرحلة السابقة.

ولكن لا بأس في أن تفكّر فيه كونه احتمالاً مطروحاً.

ولكنّه عديم الفائدة.

كلّ الامكانيات مطروحة على الأقلّ.

صحيح، صحيح. بالمناسبة ما قلته بشأن دراسة كلّ الإمكانيات، مهمّ للغاية. وغالباً بالمناسبة، يكون أحد أسباب الفشل في إيجاد حلول مبتكرة هو التفكير بشكل متحيّز واعتبار أنّ إمكانيّة ما لن ينجح. وبالتالي عدم تجربته. إذا قلت إنّك سوف تجرّب كل الإمكانيات، تعرف إنّك لن تغفل شيئاً. هل تفهمني؟ وبالتالي هذه استراتيجيّة رائعة في الواقع ولا يجب أن تنساها. عندما تحاول أن تواجه تحدّيًا في الحياة لم تتمكّن أو لم يتمكّن أحد من تخطّيه مسبقاً ربّما يكون سبب ذلك أنّ عليك تجربة مقارنة لا تبدو فكرة ذكيّة للغاية في البداية، وأن تحاول معرفة إلى أين ستوصلك.



الأسبوع الأول:	مدخل إلى عناصر التفكير الفعال
المحاضرة ٥.١:	لغز العساكر والقراصنة
الموضوع ٦:	حلّ لغز العساكر والقراصنة

سكوت: مرحبًا جميعًا.

هذا سكوت.

أردت أن أشرح لكم حلّ لغز العساكر والقراصنة. عرضنا عليكم في المرّة السابقة مسألة بسيطة على اللوح. مفادها أنّ ٣ قراصنة و ٣ عساكر كانوا على ضفّة نهر، ويوجد قارب يتسع لشخصين. تفرض قواعد اللغز أنّ عدد القراصنة، لا يجب أن يتخطّى عدد العساكر على أيّ ضفّة من ضفاف النهر. يمكن أن تنقل في القارب عسكريّ ولصّ. تسمح القواعد بذلك ولكنّ القاعدة الأساسية تفرض ألاّ يفوق عدد القراصنة العساكر على أيّ ضفّة. ولا يتسع القارب إلاّ لشخصين. من دون مزيد من التأخير-أولاً، إليكم ملاحظة قبل أن ننتقل إلى الحلّ، إذا حضرت إلى الصف لتقرأ نصّ اللغز وتشاهدني في هذه الحالة أناقش الحلول أو تشاهد أيّ طالب وهو يعرض الحلّ، يجب أن تدرك أهميّة أن تحاول حلّ اللغز بنفسك. وإلاّ لن تكون من يكتسب أساليب التفكير هذه، ولن تتعلّم كيف تفكّر بفعاليّة إذا اقتصر ما تفعله على مشاهدة مقاطع الفيديو والاطلاع على الحلّ. أوصي بشدّة قبل كشف الحلّ أن تقوم بعدّة محاولات.

استعمل بعض النصائح والحيل التي سننفذها اليوم لحلّ هذه الألغاز بنفسك. هيّا فلنبدأ.

لقد انطلقنا من واقع أنّ لدينا... سأستعمل قلماً أخضر لمساعدتك في تتبع الخطوات وصولاً إلى الحلّ. لدينا ٣ قراصنة و ٣ عساكر على الضفّة اليمنى. والخطوة الأولى التي اخترناها هي نقل لصّ وعسكريّ إلى الضفّة اليسرى. من ثمّ يجب أن نستكمل نقل الآخرين، والطريقة الوحيدة التي تفلح في هذه الحالة هي أن يعود العسكريّ إلى الضفّة اليمنى. إذا عاد اللصّ إلى الضفّة اليمنى، سيصبح هناك ٣ قراصنة وعسكريّان. سيصبح الوضع على هذا النحو، يوجد عسكريّان هنا وعسكريّ هنا يخالف ذلك قاعدة ألاّ يفوق عدد القراصنة العساكر. لذا ليس لدينا سوى خيار واحد.

الخطوة التالية هي نقل لصّين إلى الضفّة اليسرى. بات لدينا الآن ٣ قراصنة على الضفّة اليسرى، و ٣ عساكر على الضفّة اليمنى ونستمرّ.

نعيد أحد القراصنة لأنّ العساكر على الضفّة الأخرى، يصبح لدينا لصّ على الضفّة اليمنى و ٣ عساكر على الضفّة اليسرى.

الخطوة التالية هي إرسال عسكريّين إلى الضفّة اليسرى، يحافظ ذلك على التوازن هنا يوجد لصّان وعسكريّان على الضفّة اليسرى، وعسكريّ ولصّ على الضفّة اليمنى.

لتبسيط الأمور أو العكس، يعود القارب الموجود عند الضفّة اليسرى، ناقلاً عسكريّاً ولصّاً. يبدو الوضع هكذا. استقلّ لصّ وعسكريّ القارب بهذا الاتجاه. يعني ذلك أنّ على الضفّة اليمنى لصّين وعسكريّين. القارب عند الجهة اليمنى ولم نحلّ بأيّ قاعدة. يمكننا المضيّ قدماً. نرسل في الخطوة التالية عسكريّين من الضفّة اليمنى، إلى الضفّة اليسرى. بات لدينا ٣ عساكر.

ولدينا لصّ واللصّان الآخران بقيا على الضفّة اليمنى.

الخطوة التالية سهلة العودة-- نقل اللصّين إلى الضفّة اليسرى. يلزمنا بضع خطوات بسيطة وسهلة. يقوم اللصّ الموجود على الضفّة اليسرى في الخطوة التالية، بالعودة إلى الضفّة اليمنى لنقل أصدقائه، تنقل رحلة العودة لصّين إلى الضفّة اليسرى.



القارب عند الضفة اليسرى بالإضافة إلى العساكر الثلاثة. بقي لدينا لصّ واحد فلننقله. لصّ من اليسار-- أحد اللصين الموجودين على الضفة اليسرى، يعبر النهر لنقل صديقه، ويعود فوراً إلى الضفة اليسرى فتنتهي المسألة. عبر القراصنة والعساكر النهر وحلّ اللغز.

نهاراً سعيداً.



الأسبوع الأول:	مدخل إلى عناصر التفكير الفعال
المحاضرة ٥.١:	لغز العساكر والقراصنة
الموضوع ٧:	ردّ فعل سكوت

الأستاذ: فلنعلّق قليلاً على ذلك. أولاً، أودّ أن أعلّق قليلاً على ذلك، ومن ثمّ سأعطي بعض الملاحظات. ما رأيك بكلّ ما جرى؟

الطالب: من السهل جداً أن تستعجل وتفقد تركيزك، ما إن تتخذ قراراً، يخطر ببالك ٤ أو ٥ قرارات. وإذا اخترت أحدها وبدا لك إنّه قد يكون صحيحاً، ثمّ فكّرت في الإمكانيات الثلاثة أو الأربعة الأخرى وما يمكن أن ينتج منها، تتوه بين الإمكانيات فتتسنى عمليّة اتخاذ القرارات، اتخاذ القرارات الصحيحة. هذه ملاحظة جيّدة. يؤدّي ذلك دوراً مهمّاً. وقد ساعدني الرسم بعض الشيء.

الأستاذ: صحيح.

أجل.

الطالب: هاتان هما أهمّ ملاحظتين لديّ. أقصد أنّك فيما تقوم بعملية اتخاذ القرار، والتفكير في كلّ الإمكانيات إن كانت صحيحة أو خاطئة، على الأقلّ اكتبتها بحيث تفهم لما تُعدّ خيارات خاطئة أو صحيحة. أعتقد أنّ ذلك مهمّ للغاية.

الأستاذ: في الواقع في مرحلة ما أثناء حلّ اللغز، في تلك المرحلة بالضبط، هل تذكر ما قلته؟

الطالب: لا أذكر.

الأستاذ: قلت هذه الخطوة تحترم القواعد، ولكنها لا تمثّل تقدّمًا.

الطالب: أجل. صحيح، أذكر ذلك

الأستاذ: هذا ما قلته. قلت لا يبدو أنّه تقدّم لأنّك أعدت عدد أشخاص أكبر إلى الضفّة التي تحاول مغادرتها. كان لديك ٤ أشخاص إلى اليسار وشخصان إلى اليمين وتغيّر الوضع فجأة فبات لديك ٤ أشخاص إلى اليمين وشخصان إلى اليسار وفكّرت أن هذا لا يبدو تقدّمًا. هل كان تقدّمًا؟

الطالب: أجل.

الأستاذ: كان كذلك.

الطالب: كان كذلك بسبب القارب.

الأستاذ: صحيح. أجل. بعبارة أخرى، عندما أجبرت نفسك على التفكير في كلّ الإمكانيات، حتّى تلك التي كنت ترفضها، قلت بشكل تلقائي لنفسك، هذا ليس تقدّمًا. يعاكس ذلك هدفي. رفضت هذا الاحتمال.

الطالب: بسهولة.

الأستاذ: وعندما تصرّفت بمنهجية، نجحت محاولتك.

الطالب: صحيح.

الأستاذ: حسناً. هذا عظيم. هذا رائع

الطالب: صحيح.

الأستاذ: لديّ ملاحظة أخرى على ذات القدر من الأهمية، أو أهمّ، هل لاحظت كيف تعامل سكوت مع الأمر؟ وهذا مهمّ للغاية، هل كنت مستمتعاً أم منزعجاً؟

أعتقد أنّني استمتعت.



أقصد أنك كنت تدرس الإمكانيات لم يكن ما يحدث واضحًا على الدوام. ولكنك تصرّفت بإيجابية. وهذا غاية في الأهمية بالنسبة إليّ لأنك إن شعرت أنّ دراسة إمكانيات قد لا تفلح وأنه أمر مزعج فلن تقوم به. ستقول لا أريد التفكير فيه، وبالتالي لن أفكر. ولكن إن فكرت في أنّ الأمر قد يكون ممتعًا. سأستكشفها، سأستكشف هذه الفكرة. قد تصيب أو تخطئ ولكن هيا فلنرّ ماذا سيحدث يقوّيك ذلك لأنك تخوض التجربة. وقد قادتك في هذه الحالة إلى هذا الحلّ الرائع للغز يمثل تحدّيًا. ذلك ممتع.

الطالب: غير عدم الخوف من رسم الإجابة الخاطئة كلّ شيء. سهّل عمليّة التفكير. عندما لا تخاف من كتابة الإمكانيات على الأقلّ. لا يهمّ إن كانت صائبة أو خاطئة لأنّ من السهل حذفها إن لم تصب. ساعد ذلك في جعل الأمر مصدر قوّة بدلًا من عناء.

الأستاذ: ممتاز. لا نريد أيّ عناء.

الطالب: لا.

الأستاذ: لا نريد أيّ عناء. جيّد جدًّا. كان برأيي تمثيلاً رائعًا لاستراتيجية التفكير، بلغز في هذه الحالة. الدروس التي تعلّمناها هي أوّلًا، أن نبادر ونجرّب. المحاولة هي أهمّ استراتيجية باشر وجرّب، وجد المشكلة الفعلية وما يمكن فعله واستكشف كلّ النتائج الممكنة. هذه ربّما أهمّ استراتيجية على الإطلاق، فلتجرّب. الاستراتيجيات الأخرى هي العمل بشكل منظم ومنهجيّ، ودراسة الإمكانيات حتى تلك التي لا تبدو منتجة في البداية ولكن في الواقع دراسة كلّ الإمكانيات كانت خطوة مهمّة. تسجيل نتائج الإمكانيات التي نفكر بها، عبر الرسم في هذه الحالة، جعل الأمر واقعيًا بذلك لا تنسى أيّ احتمال، كان مهمًّا أو مفيدًا. عبّر هذا اللغز البسيط عن تقنيات كثيرة، وهي تقنيات يمكن أن تُستخدم أمام تحديات عديدة قد تواجهها في حياتك. كان اللغز مثلاً ممتازًا وشكرًا لك يا سكوت على مشاركتنا المرح.

الطالب: لا شكر على واجب.

الأستاذ: حسنًا.



الأسبوع الأول:	مدخل إلى عناصر التفكير الفعال
المحاضرة ٥.١:	لغز العساكر والقراصنة
الموضوع ٨:	وداعا من البروفيسور ستاربييرد

آمل إنك استمتعت بحلّ هذه الألغاز. إنها تمثّعي كثيرًا شخصيًا وآمل أن تجد متعة في حل الألغاز وفي تلك اللحظة التي تكتشف فيها الإجابة. بغضّ النظر عمّا إذا كنت وجدت الحلّ أم لا، آمل أن تتأمل استراتيجيات التفكير التي تحاول تعلّمها من حلّ هذه الألغاز.

بذلك نختم الأسبوع الأوّل من المساق وأتطلّع إلى رؤيتك الأسبوع القادم عندما نستكشف مفهوم الأعداد.

أراك قريبًا.



الأسبوع الأول:	مدخل إلى عناصر التفكير الفعال
المحاضرة ٦.١:	لغز "بمن تثق؟"
الموضوع ١:	"بمن تثق" - تلميح مفتاحي

مرحباً مرة أخرى. معك سكوت مجدداً.

لدينا لغز جديد لك. هذا لغز من كتاب "قلب الرياضيات"، وهو يُدعى "بمن تثق؟" فتحت عضو الكونغرس سميث صحيفة ذا بوست لتجد أنه تم تسريب فضيحة مالية للصحافة. فاستشاطت سميث غضباً، ودعت فوراً لعقد اجتماع طارئ مع الأعضاء الخمسة الآخرين للجنة الكونغرس الخاصة بالفضائح، وهي أكثر اللجان انشغالاً في كابيتول هيل. ما إن حضر الجميع إلى مكتب سميث، حتى قالت: "قد يبدو كلامي غريباً، ولكنني أعرف أنّ ثلاثة أشخاص من بينكم يقولون الحقيقة دائماً. لذا سأسألكم جميعاً عمّن أفشى السر؟" تحدّث عضو الكونغرس شلوك. "إنّه إمّا ويند وإمّا بوكيت" فصرخ عضو الكونغرس ويند مغتاضاً: "لست أنا ولا سلاي من سرّب الفضيحة". قاطعه عضو الكونغرس بوكيت قائلاً: "كلاكما يكذب" استفز الأمر عضو الكونغرس غريد فقال: "في الواقع، أعلم أنّ أحدهما يكذب والآخر يقول الحقيقة". وأخيراً، قال عضو الكونغرس سلاي بعينين ثاقبتين: "كلا غريد، هذا ليس صحيحاً".

لنفترض أنّ التصريح الأول لعضو الكونغرس سميث صحيح هل يمكنك معرفة من أفشى السر؟ نأمل أن تستمتع بحلّ هذا اللغز. إنّه لغز صعب، لذا نتطلع قدماً لسماع أجوبتك في حلقات المناقشة، وسنعطيك الجواب قريباً. اعتني بنفسك.



الأسبوع الأول:	مدخل إلى عناصر التفكير الفعال
المحاضرة ٦.١:	لغز "بمن تثق؟"
الموضوع ٢:	تنبيه حول لغز "بمن تثق"

مرحباً كيف الحال، معك سكوت.

أردت أن أعطيك تلميحاً أو تنبيهاً صغيراً حول قصة "بمن تثق". ويمكنك العودة والبحث عن قصة "بمن تثق" في الأسابيع الأولى. كما سنوفر لك رابطاً أدناه للقصة، ولكن بما أنّها ترتبط بالتنبيه، أردنا أن نساعدك في حال كنت تواجه صعوبة. على أمل ألا تكون قد تسّلت إلى حلقات المناقشة للعثور على الأجوبة.

لمعرفة من الشخص الذي سرّب القصة، عليك أولاً تحديد من يقول الحقيقة. اسأل نفسك ما إذا كنت قادراً على تحديد صدق أو خداع أي شخص محدد.

إذا كان بوكيت يقول الحقيقة، هذا يعني أنّ شلوك وويند يكذبان. والثلاثة الباقون، أي بوكيت وغريد وسلاي، هل يقولون الحقيقة؟ هل من الممكن أن يكونوا هم الثلاثة يقولون الحقيقة؟ إذا لم يكن الأمر كذلك، فستأكد من أنّ بوكيت يكذب. وبما أنّ سلاي يناقض غريد، تعلم أنّ أحدهما يكذب. فمن هو الكاذب بينهما؟

لا تنس أنّ هذا الدرس الجانبي مأخوذ من كتاب "قلب الرياضيات". والتلميح هنا الذي سيساعدك على حل هذا اللغز هو: قد تكون صخرة من اليقين أساساً لبرج من الحقيقة. على أمل أن يساعدك هذا التلميح في إيجاد حل لمسألة "بمن تثق". تسرنا رؤية كل المناقشات الجارية على حلقات المناقشة.

أنت تبلي بلاءً رائعاً، إبقِ معنا وسأمنحك تنبيهاً آخر عمّا قريب.



الأسبوع الأول:	مدخل إلى عناصر التفكير الفعال
المحاضرة ٦.١:	لغز "بمن تثق؟"
الموضوع ٤:	حل اللغز

يُدعى هذا اللغز "بمن تثق؟" وهو سيناريو معقد للغاية يضم ٥ أشخاص يتهمون بعضهم بعضاً، لذا فهو سيناريو معقد. وسوف نرى أنه يكاد يكون من المستحيل على كيلي حلّ هذا اللغز. رغم طريقة تفكيرها بالحلّ، فهي تقوم بعمل بطولي في تجربة كل الوسائل الممكنة التي قد تكون صحيحة وخاطئة وما شابه. والمغزى الذي يمكن استخلاصه من هذه القصة هو أنّ الإصرار يؤتي بثماره. فهي تابرت بكل قوتها، واكتشفت الحلّ الصحيح للمسألة.

ما سنفعله الآن هو المرور بشكل سريع عبر الكثير من المراحل المشابهة. وإذا أردت، يمكنك مشاهدتها بالحركة البطيئة للاستمتاع بكل دقيقة منها جانباً. ولكن ما سنفعله هو أخذ بعض المقتطفات. سنبدأ من مشاهدتها وهي تحاول فهم ما يقوله كل شخص لكي تتمكن على الأقل من سماع المسألة. فلنبدأ ونشاهدها أولاً تطرح المسألة. وبعدها سنسرّع المشهد حتى تبدي بعض الملاحظات الهامة. فلنبدأ بمحاولتها فهم المسألة.

يُدعى هذا اللغز "بمن تثق؟"

فتح عضو الكونغرس سميث صحيفة "ذا بوست" ورأى أنّ الفضيحة المالية التي كان متورطاً بها تسرّبت للصحافة. لذا دعى لانعقاد اجتماع طارئ للجنة الكونغرس الخاصة بالفضائح مع ٥ أعضاء آخرين. وقال: "قد يبدو كلامي غريباً، ولكنني أعرف أنّ ثلاثة أشخاص من بينكم يقولون الحقيقة دائماً. لذا سأسألهم جميعاً عن أفضى السر للصحافة؟"

تحدّث عضو الكونغرس الأول واسمه شلوك، فقال إنّهُ إما ويند وإما بوكيت. فاعترض ويند قائلاً إنّهُ ليس هو ولا سلاي من سرّب الفضيحة. فاتهم عضو الكونغرس بوكيت الاثنين بالكذب. عندها قال عضو الكونغرس غريد: "في الواقع، أعلم أنّ أحدهما يكذب والآخر يقول الحقيقة".

فأجاب عضو الكونغرس سلاي: "كلا غريد، هذا ليس صحيحاً" لافترض أنّ ثلاثة أشخاص من بينهم يقولون الحقيقة دوماً، كيف نعرف من أفضى السر؟ هذا لغز ممتع للغاية.

طيّب.

أول ما سأفعله هو كتابة المسألة مجدداً للتأكد من أنّني أعرف ماذا يحصل. أعلم بدايةً أنّ ثلاثة منهم يقول الصدق دائماً. وهم خمسة أشخاص. سوف أعدّهم. ١، ٢، ٣، ٤، ٥.

يعود الرقم ١ لعضو الكونغرس شلوك.

والرقم ٢ لعضو الكونغرس ويند.

والرقم ٣ لعضو الكونغرس بوكيت.

ينتابني الفضول لمعرفة سبب غياب عنصر النساء عن مجموعة الكونغرس هذه. لا بأس. فلنتوقف قليلاً.



أشارت كيلى إلى غياب عنصر النساء عن هذه الغرفة. إنَّها على حق. يُعزى السبب إلى أنَّها مجموعة أشخاص تفتقر بمعظمها إلى اللطف. ففكرنا أنَّه سيكون من الأفضل حصر الأمر بالذكور. ربما كانت سياسة سيئة ولكن هذا هو السبب.

لنر ما تفعله بعدئذ.

سيكون عضو الكونغرس ٤ غريد.

وعضو الكونغرس ٥ سلاي.

من سَرَب الخبر؟

حسناً.

أفضل طريقة أفكر بها لمقاربة هذه المسألة هي استرجاع كل سيناريو على حدة، لأننا نعلم أنَّ ثلاثة من بينهم يقولون الصدق دائماً، وهذا يعني أنَّه ثمة كاذبان مهما كان السيناريو.

ستلاحظ أنَّ هذه المسألة متمحورة حول إدراك الأمور الصحيحة. إلا أنَّ كيلى ارتكبت خطأ هنا. فهي تقول إنَّه يجب أن يكون هناك كاذبان. ولكن ليس هذا ما تحتمه المسألة.

في الواقع، مكتوب على قطعة الورق التي تحملها من وقت إلى آخر، في أعلى الصفحة، أنَّه ثمة ثلاثة أشخاص على الأقل يقولون الحقيقة. قد يكونون جميعهم صادقين. أو أربعة منهم. لذا نقول إنَّ تصريحها الذي يسلم جدلاً بوجود كاذبين هو غير دقيق. غير أنَّ التحليل الذي تجر به يفضي إلى استنتاج صحيح. ولكنَّها أخطأت في ذاك الجزء. لنر ما تفعله.

إذا بدأنا بالافتراض أنَّ الرقم ٥، أي عضو الكونغرس سلاي هو الكاذب. سأكمل هذا الافتراض باللون الأزرق. إذا كان سلاي الكاذب.

طيب.

إذا كان سلاي الكاذب، بحسب اللغز إذا عارض سلاي كلام غريد هذا يعني أنَّ غريد يقول الحقيقة. وإذا لم يكن غريد كاذباً فهذا يعني بدوره أنَّه إما شلوك وإما ويند يكذب.

بنسأ. إنَّه عضو الكونغرس الخطأ.

لنفترض إذا أنَّ غريد يكذب. عضو الكونغرس غريد

أنا أفرز أي عضو كونغرس هو الكاذب في السيناريو. بعد ذلك، أتفحص التصريحات الواردة في اللغز وأحلل ما يعنيه أن يكون هذا الشخص كاذباً. ومن ثم أتتبع حبل الأفكار لمعرفة ما إذا كان السيناريو ممكناً أو مستحيلًا. حتى الآن، لدينا كاذب واحد.

شلوك وويند يقولان الحقيقة. يقول عضو الكونغرس ويند إنَّه وسلاي لم يسرِّبا الفضيحة. فإذا كان الكاذب ويند أو بوكيت، وليس سلاي أو ويند، هذا يعني أنَّ بوكيت هو الكاذب.

بوكيت سَرَب الخبر.

جيد. هل أغفلت عن أمر ما؟

يقول غريد إنَّ أحدهما يكذب والآخر يقول الحقيقة. إلا أنَّ عضو الكونغرس سلاي يقول: "كلا غريد، هذا ليس صحيحاً". هذا يجعل منه صادقاً.

عندها-- طيب. فهمت. هذا السيناريو محتمل. وهذا يعني أنَّ بوكيت سَرَب الخبر. لنفترض أنَّ بوكيت هو الكاذب. إذا كان بوكيت يكذب

نعم.



يقول ويند إنّه وسلاي لم يسرّبا الفضيحة. يمكن أن يظلّ هذا التصريح صحيحاً. بعد ذلك يقول بوكيت إنّ كليهما كاذب. قد يكون ذلك صحيحاً. هكذا نحصل على كاذبين عفوياً.

أحدهما يكذب والآخر صادق.

هذا يعني -- حسناً.

لنرّ.

إذا كان إما ويند وإما بوكيت.

ولكنّها كذبة. هذا مربك.

طيّب.

في هذه المرحلة، مرّت دقائق عدة وهي تعمل على حلّ المسألة. والآن تدرك أنّها مربكة. ولكنّها أحسنت في محاولة تتبّع كل الإمكانيات المختلفة، وتحليلها بشكل منهجي. هذا نظام رائع. إنّها طريقة رائعة تؤدي إلى النجاح، اتّباع نظام منهجي، والتنقل عبر الخطوات بعناية ومنهجية. ولكن في هذه المرحلة، بات الأمر مربكاً جداً لدرجة اعترافها بالأمر.

لنرّ ما تفعله بعد مواجهة هذه الصعوبة.

حسناً.

إذا كان شلوك يكذب، فما يقوله عار من الصحة. إنّّه ويند أو بوكيت. إذاً ليس الكاذب ويند ولا بوكيت هذا يعني أنّ بوكيت -- نسيت ما فعلته هنا.

تدرك مجدداً أنّها ارتكبت خطأ ما. وعليها الآن أن تُعيد التفكير بكل شيء من جديد. ولكن ما يُحسب لها أنّها كانت مستعدة للمحاولة مجدداً. إنّها مستعدة للاعتراف بأنّها لم تحصل على الجواب السابق نفسه. أحد هذين الاثنيين على الأقل مخطئ. والآن سوف تُعيد العملية مجدداً لتعرف أي منهما هو المخطئ فعلاً. سنشاهدها تُنهي الأمر. ولكنّ المغزى الذي نستخلصه من القصة هو أنّ الأمور تكون معقدة أحياناً، وعليك أن تحلّها بشكل منهجي، حتى ولو استغرق الأمر وقتاً طويلاً.

الآن وفي ظل هذه الظروف، بعد مواجهة تعقيدات عديدة، ربما عليك أن تجلس، وتسترخي لدقيقة وتفكّر بطريق أبسط قد توصلك إلى الحل عينه. في هذه الحالة، قد تتساءل هل يمكنني أن أجري هذا التحليل قبل معرفة النتيجة؟ هل يمكنني التحليل بطريقة أبسط؟

صحيح أنّنا لسنا واثقين من النتيجة بعد لأنّ كيلى نفسها غير متأكدة تماماً ما إذا كانت النتيجة التي حلّلتها دقيقة أم لا، لأنّ الأمور كانت معقدة للغاية بحيث أنّها لم تستطع مجاراتها. لندعها أولاً تُنهي المسألة. ومن ثم سنستخلص المغزى من هذه القصة.

كيلى، أنّه المسألة.

سوف أُعيد تحليل هذا الجزء. [غير مسموع]

مهلاً.

كلاكما يكذب. نسيت ماذا فعلت هنا.

حسناً.

إذا كان ١ كاذباً، فليس ٢ و ٣ كاذبين.

إذا كان ٣ صادقاً، هذا يعني أنّ ويند وغريد كاذبان، ما يعطينا ٣ كذبة.

طيّب.

فهمت ما فعلته.



جيد.

لعلّي أخطأت هنا.

في أول تجربة لي، توصلت إلى أنّ -- أنت لا تصوّر، أليس كذلك؟
أجل.

لأنّه سيكون هدراً للمساحة على الكاميرا. أو أنّه سيهدر -- إذاً في أول تجربة لي، توصلت إلى سيناريوهين
محتملين. وفي كليهما، بوكيت هو من سرّب الفضيحة. ولكن عندما أعدت الكرّة، لم يصحّ سوى سيناريو واحد.
لذا أعيد النظر لأرى إن كنت قد أخطأت في المرة الأولى أم الثانية. إذا كان بوكيت يكذب، ف ١ و ٢ يقولان
الحقيقة.

نعم.

أعتقد أنّي أخطأت في المرة الأولى. لأنّه إن كان بوكيت يكذب - كلا.

أجل.

لأنّه إن كان بوكيت يقول إنّ الاثنين كاذبان، وهو كاذب، فهذا يعني -- لا. لقد أخطأت مجدداً.

لا بأس.

لأنّه إن كان بوكيت يكذب، فهذا يعني أنّ شلوك وويند يقولان الحقيقة، ما يعني أنّ غريد كاذب، لذا فبوكيت هو
من سرّب الخبر.

نعم.

أظنّ أنّي أخطأت.

حسناً.

تفحصت الأمر مرة أخرى. وأدركت أنّي ارتكبت خطأ. سأصلح الأمر على وجه السرعة. كنت أراجع كل سيناريو
مجدداً. للتأكد من أنّي أصبت في تحليلي، وإذا كان بوكيت يكذب فقد اتهم شلوك وويند كليهما بالكذب. ولكن
إذا كان بوكيت يكذب، فهذا يعني أنّ شلوك وويند يقولان الحقيقة.
موافق؟

فقال شلوك إنّّه إما ويند وإما بوكيت. إلا أنّ ويند قال إنّّه ليس هو من سرّب الخبر. فهذا يعني أنّه لا بدّ من أن
يكون بوكيت. في هذا السيناريو إذاً، بوكيت سرّب الفضيحة، ولكن في كلا السيناريوهين المحتملين بوكيت
سرّب الفضيحة.

لنرّ.

حصلنا إذاً على كاذب واحد. وهذا يأخذنا إلى ما يقوله عضو الكونغرس غريد في الواقع، أنا أعلم أنّ أحدهما
يكذب والآخر يقول الحقيقة. هذا يعني وجود كاذبين. ما زال الأمر ممكناً. ولكن في كلا السيناريوهين
المحتملين، بوكيت أفشى السر. إذاً بوكيت هو المرتكب.

أحد هذين السيناريوهين فقط كان ممكناً. أريد أن أبدي بضع ملاحظات حول هذه المسألة. أعلم أنّنا لم نشاهد
كل دقيقة منها. ولكنّها توضح لنا أموراً تستحقّ التكلّم عنها قليلاً.



النقطة الأولى هي أنها سبق وعملت على حلّ هذه المسألة من قبل. لم تكن محاولتها الأولى. وكما لاحظت منذ البداية، قالت إنها استمتعت بحلّ هذه المسألة. وأعتقد أنّ هذا يُحسب لها حقاً. حقيقة أنها استمتعت بكون المسألة معقدة، وكان عليها أن تجتهد بلا كلل أو ملل حتى تجد الحلّ في نهاية المطاف.

يحظى المرء بشعور عارم بالرضى بعد مثابرتة، وتمكّنه من التغلب على بعض التحديات. بالنسبة لي، هذه من أهم الدروس التي نستقيها- الاستمتاع بفكرة أنّ المسألة صعبة ولكنك قادر على حلّها.

أحد الأمور التي تعجبني بكيلي هي استعدادها للقيام بجهد منهجي ومستمر، لا بل حتى ارتكاب الأخطاء ومن ثم اكتشاف السبب الكامن وراءها، وتصحيحه، ومن ثم المحاولة مجدداً. هذه الاستراتيجية هي من دون أدنى شك الطريق إلى النجاح.



الأسبوع الأول:	مدخل إلى عناصر التفكير الفعال
المحاضرة ٧.١:	لغز قصة مصافحة
الموضوع ١:	قصة مصافحة

مرحباً، كيف حالك. معك سكوت.

أردت أن أقرأ عليك لغزاً يتمحور حول ستايسي وسام. يُدعى اللغز "قصة مصافحة". يُعرف ستايسي وسام سميث بإحياء حفلات مذهلة. في أحد تجمعاتهما الرائعة، حضر خمسة ثنائيات. بمن فيهم الزوجان سميث طبعاً.

كان الحضور ودودين، حتى أنّ بعضهم صافح أيدي ضيوف آخرين. رغم أنّنا لا نملك أدنى فكرة عنّ صافح يد من، إلا أنّنا نعرف أنّ أحداً لم يصافح يده أو يد شريكه.

على ضوء هذه الوقائع، يمكن للضيف مصافحة أيدي ثمانية أشخاص آخرين كحدّ أقصى. وفي منتصف الليل، جمع سام سميث الحشد وسأل الأشخاص التسعة الآخرين كم يداً صافح كل منهم. وما استدعى استغراب سام أنّ كل شخص أعطى جواباً مختلفاً. وهذا يعني أنّ أحد الحضور لم يصافح أي يد. وأحدهم صافح يداً واحدة. وغيره صافح اثنتين، وآخر ثلاث، وأربع وهلمّ جراً، وصولاً إلى الشخص الأخير الذي صافح ثماني أيدي.

بالاستناد إلى هذه النتيجة، حدّد العدد الدقيق للأيدي التي صافحتها ستايسي سميث.

إنّهُ لغز صعب يحزّك الدماغ يا صديقي. لذا نأمل أن تتمكّن من العثور على الحلّ. ابقَ معنا وسنطلعك على الحل وعلى بعض الاستراتيجيات التي تساعدك على حلّ هذا اللغز بنفسك.



مدخل إلى عناصر التفكير الفعال	الأسبوع الأول:
لغز قصة مصافحة	المحاضرة ٧.١:
قصة مصافحة - تنبيه	الموضوع ٢:

هذا تنبيه حول قصة المصافحة. وإذا كنت تذكر، تحدّثنا عن ثنائي لطيف أحيا حفلة عشاء مع أربعة ثنائيات أخرى. وكل شخص صافح عدداً مختلفاً من الأيدي. أي أنّ واحداً لم يصافح أي يد، وآخر صافح يداً واحدة، وغيره صافح اثنتين، و٣، و٤، و٥ وصولاً إلى ٨ أيدي. انطلاقاً من هذه المعلومات، علينا معرفة العدد الدقيق للأيدي التي صافحها شخص محدد. وعلى ضوء ما تقدّم، قال شخص واحد تحديداً لسام في الحفلة إنّه أو إنّها صافحت ٨ أيدي.

تذكّر أنّ كل شخص صافحه الشخص المذكور قد صافح بدوره يداً واحدة على الأقل. حدّد الآن كم يداً صافح شريك هذا الشخص. ولنرّ إذا كان هذا النهج يقودك إلى أي أفكار.

إن لم يساعدك ذلك، فكر بمسألة أسهل. افترض وجود ثنائيين اثنين أو ثلاثة فقط أكثر على نمط حل وابدأ مجدداً للعثور على حل.